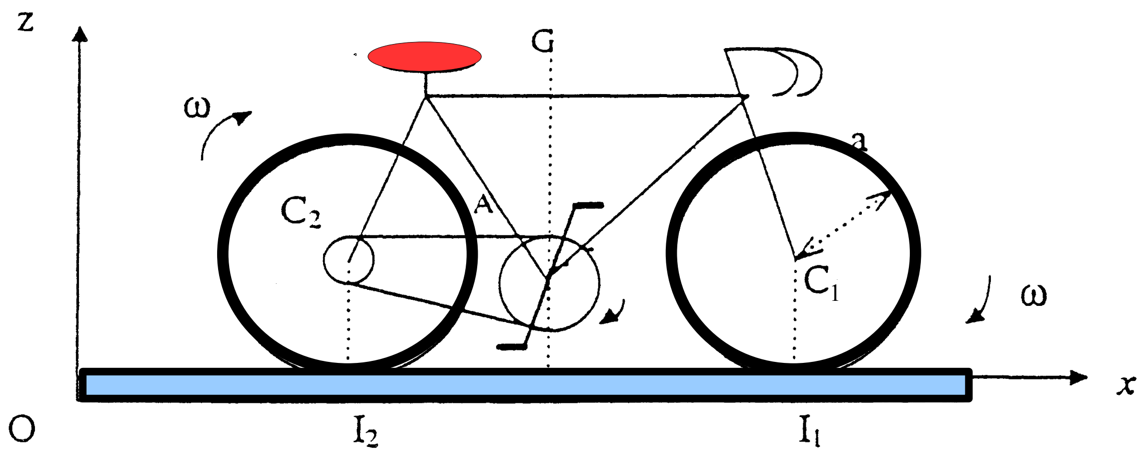
DNS

Sujet

En roue libre

A. Bicyclette

Une bicyclette roule sans glisser dans un plan vertical sur un sol horizontal (axe Ox) du repère galiléen $R(O,x,y,z)$ (voir figure).



La roue avant a pour centre C_1 et la roue arrière C_2 . Chaque roue a pour rayon: a , pour masse m et pour moment d'inertie autour de son axe de rotation J . La masse totale du système cycliste-bicyclette est M .

On note $\vec{v}=v\vec{u}_x$ le vecteur vitesse du centre de masse G et $\vec{\omega}=\omega\vec{u}_y$ le vecteur rotation instantanée des roues.

Les réactions du sol aux points de contact I_1 et I_2 des roues avant et arrière avec le sol sont notées $\vec{R}_1=T_1\vec{u}_x+N_1\vec{u}_z$ et $\vec{R}_2=T_2\vec{u}_x+N_2\vec{u}_z$. Le frottement de l'air est modélisé par une force agissant sur le cycliste au point G et d'expression $\vec{f}=-k\vec{v}$ où k est le coefficient de frottement fluide. Le cycliste exerce sur la roue arrière par l'intermédiaire de la pédale et de la chaîne un couple constant $\vec{\Gamma} = \Gamma \vec{u}_y$.

Les liaisons des roues avec la bicyclette, au niveau de leur axe, sont supposées parfaites.

L'accélération de la pesanteur a pour valeur $g = 9{,}8\, m\, s^{-2}$

1. Écrire le théorème de la résultante cinétique et le théorème du moment cinétique pour chaque roue.
2. Écrire le théorème de la résultante cinétique et le théorème du moment cinétique pour le système total.
3. Quelle est l'équation différentielle vérifiée par $v(t)$. Introduire une vitesse limite v_{lim} et un temps caractéristique τ .
4. Retrouver l'équation différentielle par application du théorème de la puissance cinétique.

Données :

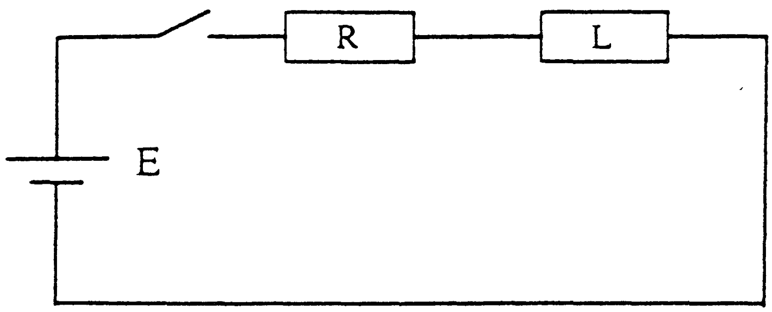
$M = 75\, kg$

$a = 0{,}35\, m$

$J = 0{,}12\, kg . m^2$

B. Circuit RL

On considère le circuit électrique de la figure. A l'instant initial, on ferme le circuit.



5. Caractériser sans calcul le régime permanent.
6. Quelle est l'évolution du courant $i(t)$ pendant le régime transitoire ?

C. Analogies

7. Montrer que l'équation d'évolution de $i(t)$ est analogue à celle de $v(t)$.
8. Préciser les grandeurs analogues (inertie, dissipation d'énergie, apport d'énergie, énergie stockée).

Le cycliste grimpe une côte faisant un angle α avec l'horizontale.

9. Écrire l'équation différentielle suivie par $v(t)$.
10. Représenter le nouveau circuit électrique équivalent.

D. Cycliste en roue libre

La route est à nouveau horizontale. La vitesse limite du cycliste est $v_{\lim}=45\,km/h$ lorsqu'il développe une puissance $P=420\,W$.

11.Quelle est la valeur numérique du coefficient de frottement fluide k ?

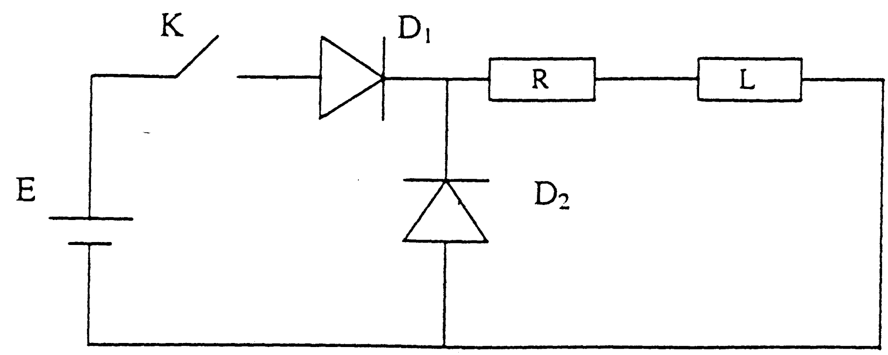
12.Quelle est la force moyenne exercée par le cycliste sur les pédales ? La longueur des pédales est $p=0{,}17\,m$, le plateau et le pignon possèdent respectivement $n_1=56$ et $n_2=12$ dents. On admet que la force exercée par le cycliste sur les pédales est perpendiculaire à la pédale, en son extrémité. Comparer la force exercée au poids du cycliste dont la masse est $M'=68\,kg$.

13.Le cycliste ne cherche pas la performance. Quand il atteint la vitesse $v_1=30\,km/h$ (2/3 de la vitesse limite), il cesse de pédaler. Il est alors en régime "de roue libre". Il se remet à pédaler quand sa vitesse devient $v_2=15\,km/h$ (1/3 de la vitesse limite).

- Représenter graphiquement qualitativement la variation de v en fonction du temps en régime périodique de période $\tau_1+\tau_2$ où τ_1 représente le temps de l'effort et τ_2 le temps de roue libre. On prendra l'origine des temps au moment où la vitesse est égale à v_2 .
- Déterminer τ_1 et τ_2 en fonction du temps caractéristique τ .
- Calculer numériquement la période du mouvement.

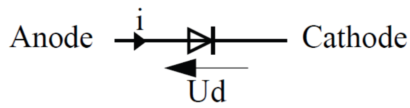
E. Diode roue libre

Sur la figure suivante, K est un interrupteur actionné périodiquement, fermé pendant un temps τ_1 et ouvert pendant un temps τ_2 .

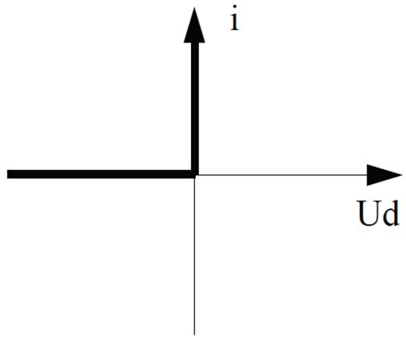


Les deux diodes sont idéales.

- *Symbole d'une diode*



- *Caractéristique de transfert courant-tension d'une diode idéale*



La diode se comporte « idéalement » comme un interrupteur ouvert ou fermé. Si on suppose la diode dans le sens passant la chute de tension à ces bornes est nulle (on pose $U_d=0$). Dans le sens passant, une diode idéale est équivalente à un interrupteur fermé. La cohérence exige que $i>0$.
Si on suppose la diode bloquée, le courant qui la traverse est nul (on pose $i=0$). Dans le sens inverse une diode idéale est équivalente à un interrupteur ouvert. La cohérence exige que $U_d<0$.

14.Montrer en expliquant le rôle des deux diodes que ce schéma traduit électriquement le mouvement du cycliste. La diode D_2 est appelée diode de roue libre.

15.Que se passerait-il si la diode de roue libre était déconnectée? Commenter le cas du cycliste en l'absence de dispositif de roue libre (vélo à transmission directe)?

F. Exercice supplémentaire

On reprend le montage précédent (D_1 , D_2 , R , L), le générateur E et l'interrupteur K sont supprimés et remplacés par un générateur alternatif de force électromotrice $e=E_M \sin(\omega t)$.

16.Tracer qualitativement $e(t)$ et $i(t)$ (intensité dans la résistance), le branchement du générateur ayant été réalisé en $t=0$. Justifier l'existence d'un régime transitoire avant l'obtention du régime établi périodique.

On suppose le branchement réalisé bien avant $t=0$. En $t=0$, le régime est établi. On désigne par i_0 (grandeur inconnue) l'intensité en $t=0$.

17.Déterminer l'intensité au bout d'une période.

18.En déduire l'expression et la valeur numérique de i_0 .

Données:

$L=0{,}100\,H$

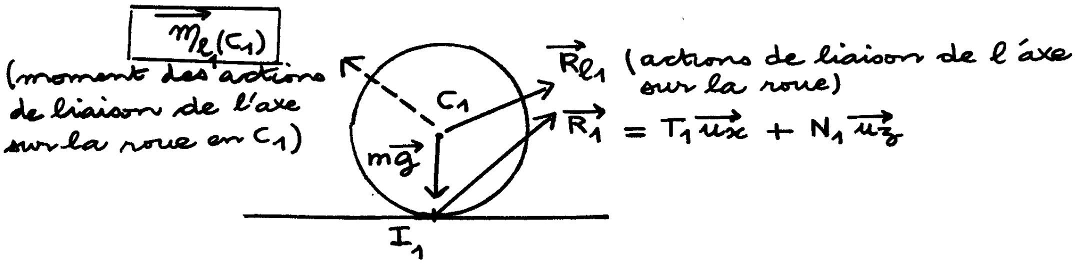
$R=100\,\Omega$

$N=1000\text{Hz}$

$E_M=24\,V$

Réponses

1) Les actions sur la roue avant sont les suivantes :



→ Théorème de la résultante cinétique à la roue 1 dans $\mathcal{R}$ galiléen :

$$\overrightarrow{R_1} + \overrightarrow{R\ell_1} + m\vec{g} = m\,\overrightarrow{a_{C_1}}$$
$$= m\,\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$/x$	T_1	$+\ R\ell_{1x}$	$+\ 0$	$=$	$m\,\dfrac{dv}{dt}$
$/y$	0	$+\ R\ell_{1y}$	$+\ 0$	$=$	0
$/z$	N_1	$+\ R\ell_{1z}$	$-\ mg$	$=$	0

(Ces relations permettent d'étudier $\overrightarrow{R\ell_1}$)

→ Théorème du moment cinétique à la roue 1, dans son référentiel barycentrique $\mathcal{R}_1^*$ (en C_1)

$$\overrightarrow{C_1I_1} \wedge \overrightarrow{R_1} + \overrightarrow{\mathcal{M}_{\ell_1}}(C_1) = \frac{d}{dt}\overrightarrow{\sigma_1^*}$$

$$\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -a \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T_1 \\ 0 \\ N_1 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} \mathcal{M}_{\ell_1/C_1x} \\ \mathcal{M}_{\ell_1/C_1y} \\ \mathcal{M}_{\ell_1/C_1z} \end{vmatrix} \qquad = \frac{d}{dt}(J\omega\,\overrightarrow{u_y})$$

avec $\boxed{\mathcal{M}_{\ell_1/C_1y} = 0}$ car la liaison est <u>parfaite</u>

$/x$	0	$+\ \mathcal{M}_{\ell_1/C_1x}$	$=$	0
$/y$	$-aT_1$	$+\ 0$	$=$	$J\,\dfrac{d\omega}{dt}$
$/z$	0	$+\ \mathcal{M}_{\ell_1/C_1z}$	$=$	0

(Ces relations permettent d'étudier $\overrightarrow{\mathcal{M}_{\ell_1}}(C_1)$)

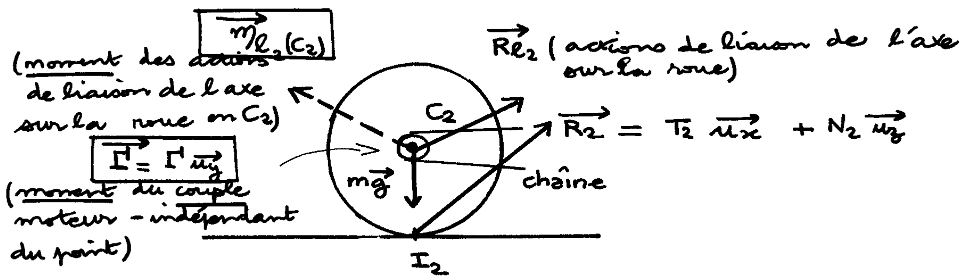
En ce qui concerne l'étude du mouvement, on aurait donc pu se contenter d'appliquer le théorème du moment cinétique à la roue 1 dans son référentiel $\mathcal{R}_1^*$ en projection sur C_1y

$$\mathcal{M}_{/C_1y}(\overrightarrow{R_1}) + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{liaison} \\ \text{parfaite}}}{0} = \frac{d}{dt}(\sigma_{1/C_1y})$$

$$\boxed{-aT_1 = J\frac{d\omega}{dt}} \qquad (1)$$

---

1 bis) Les actions sur la roue arrière sont les suivantes :



$\longrightarrow$ Théorème de la résultante cinétique à la roue 2 dans $\mathcal{R}$ galiléen

$$\overrightarrow{R_2} + \overrightarrow{R\ell_2} + m\vec{g} = m\,\overrightarrow{a_{C_2}} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$/x$	T_2	$+ R_{\ell_2 x}$	$+ 0$	$=$	$m\frac{dv}{dt}$
$/y$	0	$+ R_{\ell_2 y}$	$+ 0$	$=$	0
$/z$	N_2	$+ R_{\ell_2 z}$	$- mg$	$=$	0

(Ces relations permettent d'étudier $\overrightarrow{R\ell_2}$)

$\longrightarrow$ Théorème du moment cinétique à la roue 2, dans son référentiel barycentrique $\mathcal{R}_2^*$ (en C_2)

$$\overrightarrow{CI_2} \wedge \overrightarrow{R_2} + \overrightarrow{\mathcal{M}_{\ell_2}}(C_2) + \overrightarrow{\Gamma} = \frac{d}{dt}\overrightarrow{\sigma_2^*}$$

avec $\boxed{\mathcal{M}_{\ell_2/C_2y} = 0}$

finalement :

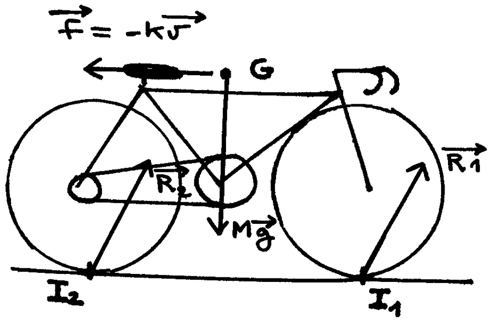
$/x$	0	$+ \mathcal{M}_{e_2/C_{2x}}$	$+ 0$	$=$	0
$/y$	$-aT_2$	$+ 0$	$+ \Gamma'$	$=$	$J\frac{d\omega}{dt}$
$/z$	0	$+ \mathcal{M}_{e_2/C_{2z}}$	$+ 0$	$=$	0

Il suffisait d'écrire le théorème du moment cinétique en projection

$$\boxed{-aT_2 + \Gamma' = J\frac{d\omega}{dt}} \quad (2)$$

---

2) Les actions extérieures sur le système total sont les suivantes :
(où l'on a placé le poids total du système en G)



→ Théorème de la résultante cinétique au système total dans $\mathcal{R}$ galiléen

$$\overrightarrow{R_2} + \overrightarrow{R_1} + M\overrightarrow{g} - k\overrightarrow{v} = M\overrightarrow{a}_G$$

$/x$	T_2	$+ T_1$	$+ 0$	$- kv$	$= M\frac{dv}{dt}$
$/y$	0	$+ 0$	$+ 0$	$+ 0$	$= 0$
$/z$	N_2	$+ N_1$	$- Mg$	$+ 0$	$= 0$

D'où l'équation qui nous intéresse pour étudier le mouvement :

$$\boxed{T_2 + T_1 - kv = M\frac{dv}{dt}} \quad (3)$$

→ Théorème du moment cinétique au système total dans le référentiel barycentrique du vélo $\mathcal{R}^*$ (en G)

$$\overrightarrow{GI_1} \wedge \overrightarrow{R_1} + \overrightarrow{GI_2} \wedge \overrightarrow{R_2} = \frac{d\overrightarrow{\sigma}^*}{dt}$$

avec

$$\overrightarrow{\sigma}^* = \overrightarrow{\sigma}_{/\mathcal{R}^*}$$
$$= \overrightarrow{\sigma}_{roue1/\mathcal{R}^*} + \overrightarrow{\sigma}_{roue2/\mathcal{R}^*} + \overrightarrow{\sigma}_{cadre/\mathcal{R}^*}$$

où $\overrightarrow{\sigma}_{roue1(G)/\mathcal{R}^*}$

On applique le théorème de König :

$$\underline{\overrightarrow{\sigma}_{roue1}(G)/\mathcal{R}^*} = \overrightarrow{\sigma}_{roue1}/\mathcal{R}_1^* + \overrightarrow{GG_1} \wedge m\underbrace{\overrightarrow{v_{G_1}}/\mathcal{R}^*}_{nul}$$

car $\overrightarrow{GG_1}$ fixe dans $\mathcal{R}^*$

$$= J\overrightarrow{\omega}$$

Idem $\underline{\overrightarrow{\sigma}_{roue2}(G)/\mathcal{R}^*} = J\overrightarrow{\omega}$

$\underline{\overrightarrow{\sigma}_{cadre(G)}/\mathcal{R}^*} = \overrightarrow{0}$ (pas de rotation du cadre dans $\mathcal{R}^*$)

finalement

$$\boxed{\overrightarrow{GI_1} \wedge \overrightarrow{R_1} + \overrightarrow{GI_2} \wedge \overrightarrow{R_2} = \frac{d}{dt}(2J\overrightarrow{\omega})}$$

---

3) On résout avec (1), (2), (3)

et la relation de non glissement, évidente ici,

$$\boxed{v = a\omega} \quad (4)$$

$T_1 = -\frac{J}{a}\frac{d\omega}{dt} = -\frac{J}{a^2}\frac{dv}{dt}$ (1) et (4) (T_1 sera négatif)

$T_2 = -\frac{J}{a}\frac{d\omega}{dt} + \frac{\Gamma}{a} = -\frac{J}{a^2}\frac{dv}{dt} + \frac{\Gamma}{a}$ (2) et (4) (T_2 sera positif)

On reporte dans (3)

$$-\frac{J}{a^2}\frac{dv}{dt} + \frac{\Gamma}{a} - \frac{J}{a^2}\frac{dv}{dt} - kv = M\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{\Gamma}{a} - kv = \left(2\frac{J}{a^2} + M\right)\frac{dv}{dt}$$

$$\dot{v} + \frac{v}{\tau} = \frac{\Gamma/a}{(M + 2J/a^2)}$$

avec

$$\boxed{\tau = \frac{M + 2J/a^2}{k}}$$

La vitesse limite c'est pour $t \to \infty$, $\dot{v} \to 0$. C'est donc la solution particulière de l'équation avec second membre.

$$\boxed{v_{lim} = \frac{\Gamma/a}{k}}$$

L'équation différentielle s'écrit alors aussi :

$$\boxed{v + \tau\dot{v} = v_{lim}}$$

---

4) Il n'y a pas ici conservation de l'énergie (présence du couple moteur interne, présence de frottements visqueux résistants)

on écrit le théorème de la puissance cinétique.

$$\frac{dE_{c/R}}{dt} = P_{\text{toutes les forces}/R}$$

$$= P_{\substack{\text{forces}\\\text{extérieures}}} + P_{\substack{\text{forces}\\\text{intérieures}}} + P_{\substack{\text{liaisons}\\\text{réactions}}}$$

(en mettant les liaisons à part, qu'elles soient intérieures ou extérieures pour plus de lisibilité)

$$\longrightarrow \quad P_{\text{liaisons}} = \underbrace{P_{\vec{R_1}} + P_{\vec{R_2}}}_{\text{extérieures}} + \underbrace{P_{\substack{\text{liaisons axe}\\\text{roue 1}}} + P_{\substack{\text{liaisons axe}\\\text{roue 2}}}}_{\text{intérieures}}$$

puissance nulle car liaisons parfaites

$$= \vec{R_1}\,\vec{v}_{I_1 \in \text{Roue1}/R} + \vec{R_2}\,\vec{v}_{I_2 \in \text{Roue2}/R}$$

nul car non glissement — nul car non glissement

$$\boxed{P_{\substack{\text{liaisons}\\\text{réactions}}} = 0}$$

$$P_{\substack{\text{forces}\\\text{intérieures}}} = P_{\vec{\Gamma}}$$

$$= \vec{\Gamma}\,\vec{\omega}$$

$$= \Gamma\,\omega$$

$$\boxed{P_{\substack{\text{forces}\\\text{intérieures}}} = \Gamma \frac{v}{a}}$$

$$P_{\substack{\text{forces}\\\text{extérieures}}} = \underbrace{P_{\text{poids}}}_{\substack{\text{nulle}\\\text{ici}}} + P_{\substack{\text{frottements}\\\text{visqueux}}}$$

$$= \vec{0} + \vec{f}\,\vec{v}$$

$$\boxed{P_{\substack{\text{forces}\\\text{extérieures}}} = -k\,v^2}$$

$$\longrightarrow \quad E_c = E_{c\ 2\,\text{roues}} + E_{c\ \text{reste du vélo}}$$

on applique pour une roue le théorème de König.

$$E_{c\,\text{roue}} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J \omega^2$$

$$E_c = 2\left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\frac{v^2}{a^2}\right) + \frac{1}{2}(M-2m)v^2$$

$$\boxed{E_c = \underbrace{\frac{1}{2}Mv^2}_{\text{cf translation de l'ensemble}} + \underbrace{2 \cdot \frac{1}{2}J\omega^2}_{\text{cf rotation des roues}}}$$

$\longrightarrow$ finalement

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Mv^2 + J\frac{v^2}{a^2}\right) = \Gamma\frac{v}{a} - kv^2$$

on retrouve le résultat en dérivant / temps.

$$\left(M + 2\frac{J}{a^2}\right)v\dot{v} = \left(\frac{\Gamma}{a} - kv\right)v$$

($v = 0$ est une solution parasite)

$$\left(M + \frac{2J}{a^2}\right)\dot{v} + kv = \frac{\Gamma}{a}$$

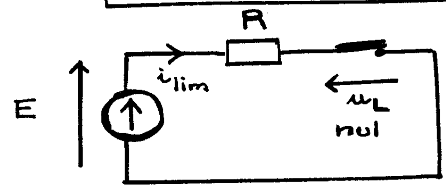
---

5) Le générateur est continu et il y a effet Joule (cf R).
On tend donc vers des grandeurs indépendantes du temps

soit $\frac{d}{dt} \to 0$

donc $u_L = L\frac{di}{dt} \to 0$

$$\boxed{i_{Lim} = \frac{E}{R}}$$



---

6) Equation différentielle en posant $\tau = \frac{L}{R}$

$$E = Ri + L\frac{di}{dt}$$

$$\boxed{i + \tau\dot{i} = i_{Lim}}$$

---

7)
$$\boxed{\begin{aligned} v + \tau\dot{v} &= v_{Lim} \\ i + \tau\dot{i} &= i_{Lim} \end{aligned}}$$

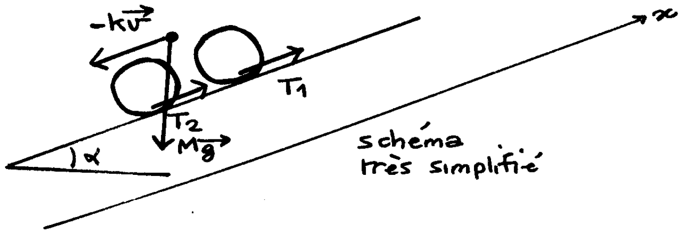
---

8) analogies

grandeur étudiée	i	v
terme d'inertie	L	$M + 2\frac{J}{a^2}$
terme de dissipation d'énergie	R	k
terme générateur apport d'énergie	E	Γ/a
énergie stockée	$\frac{1}{2}Li^2$	$\frac{1}{2}(M+2\frac{J}{a^2})v^2$
puissance dissipée	Ri^2	kv^2
apport puissance	$E\,i$	$\Gamma\,\frac{v}{a}$

---

9) Si le cycliste grimpe une côte, il faut tenir compte de la <u>composante du poids opposée au mouvement</u>.



Le théorème de la résultante cinétique pour le système total donne alors en projection selon x

$$T_2 + T_1 - kv - Mg\sin\alpha = M\dot{v}$$

finalement

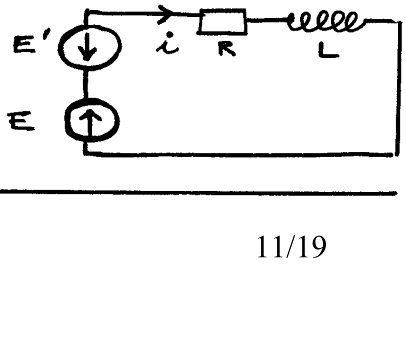
$$\boxed{v + \tau\dot{v} = v'_{lim}}$$

avec

$$\boxed{v'_{lim} = \frac{\Gamma/a - Mg\sin\alpha}{k}}$$

---

10) On obtient le nouveau circuit équivalent en ajoutant à l'ancien générateur ($E \to \Gamma/a$) un nouveau générateur en opposition ($E' \to Mg\sin\alpha$)



---

11)

$$v_{lim} = 45 \text{ km/h}$$
$$= \frac{45000}{3600}$$
$$\boxed{v_{lim} = 12{,}5 \text{ m/s}}$$

Lorsque l'on est à la vitesse limite

$$P_{\substack{\text{fournie} \\ \text{par le} \\ \text{cycliste}}} + P_{\substack{\text{frottement} \\ \text{fluide}}} = 0$$

$$\Gamma \frac{v_{lim}}{a} - k\, v_{lim}^2 = 0$$

$$\boxed{k = \frac{P_{cycliste}}{v_{lim}^2}}$$
$$= \frac{420}{(12{,}5)^2}$$
$$\boxed{k = 2{,}7 \text{ kg s}^{-1}}$$

Le couple exercé au niveau de la roue arrière est

$$\boxed{\Gamma = \frac{P_{cycliste} \cdot a}{v_{lim}}}$$
$$= \frac{420 \cdot 0{,}35}{12{,}5}$$
$$\boxed{\Gamma = 11{,}8 \text{ N.m}}$$

---

12) Si on néglige les frottements dans la transmission

$\longrightarrow$

$$P_{cycliste} = \underset{\Gamma_{roue}}{\underset{\uparrow}{\Gamma}} \; \underset{\omega_{roue}}{\underset{\uparrow}{\omega}} = \Gamma_{pédalier}\, \omega_{pédalier}$$

$\longrightarrow$ avec

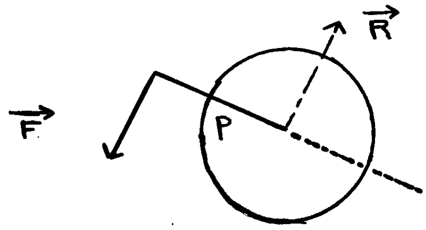
$$\frac{\omega_{pédalier}}{\omega_{roue}} = \frac{n_{\text{dents pignon roue}}}{n_{\text{dents pédalier plateau}}}$$
$$= \frac{n_2}{n_1}$$

finalement

$$\boxed{\Gamma_{pédalier} = \Gamma \frac{n_1}{n_2}}$$

A.N. $\Gamma_{pédalier} = 11{,}8 \times \dfrac{56}{12}$

$= 54{,}9 \text{ N.m}$



le cycliste appuie avec un seul pied à la fois !
L'autre force du " couple " est due à la réaction d'axe du pédalier

finalement

$F \; p = \Gamma_{pédalier}$

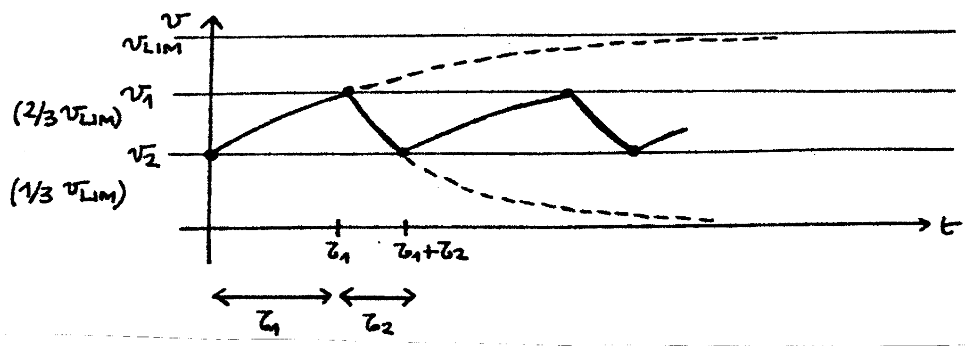
$$\boxed{F = \frac{\Gamma_{pédalier}}{p}}$$

A.N. $= \dfrac{54{,}9}{0{,}17}$

$$\boxed{F = 323 \text{N}}$$

(ce qui correspond ici à environ 50% du poids.
On pouvait peut être s'attendre à ce que le cycliste fasse porter tout son poids sur la pédale ?)

13)



On obtient une succession d'exponentielles

<u>phase 1 :</u>

$$v + \tau \frac{dv}{dt} = v_{lim}$$

donc $v = A e^{-t/\tau} + v_{lim}$

C.I. $v_2 = A + v_{lim}$

donc $$\boxed{v = v_{Lim} - (v_{Lim} - v_2)\, e^{-t/\tau}}$$

à l'instant τ_1

$$v_1 = v_{Lim} - (v_{Lim} - v_2)\, e^{-\tau_1/\tau}$$

$$\boxed{\tau_1 = \tau \ln \left(\frac{v_{Lim} - v_2}{v_{Lim} - v_1} \right)}$$

A.N. $$\tau_1 = \tau \ln \left(\frac{v_{Lim} - \frac{1}{3} v_{Lim}}{v_{Lim} - \frac{2}{3} v_{Lim}} \right)$$

$$\boxed{\tau_1 = \tau \ln 2}$$

<u>phase 2 :</u> Pour simplifier, je change d'origine des temps. Je fais donc $t=0$ au début de la phase 2

$$v + \tau \frac{dv}{dt} = 0$$

donc $v = A e^{-t/\tau}$

C.I. $v_1 = A$

donc $$\boxed{v = v_1\, e^{-t/\tau}}$$

à l'instant τ_2

$$v_2 = v_1\, e^{-\tau_2/\tau}$$

$$\boxed{\tau_2 = \tau \ln \frac{v_1}{v_2}}$$

A.N. $$\tau_2 = \tau \ln \frac{\frac{2}{3} v_{Lim}}{\frac{1}{3} v_{Lim}}$$

$$\boxed{\tau_2 = \tau \ln 2}$$

finalement la période du mouvement est

$$\tau_1 + \tau_2 = 2 \tau \ln 2$$

$$= 2\, \frac{M + 2J/a^2}{k} \ln 2$$

$$= 2\ \frac{75 + 2 \times 0{,}12/(0{,}35)^2}{2{,}7}\ \ln 2$$

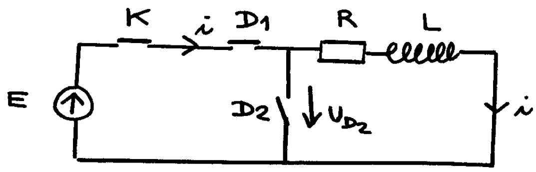
$$\boxed{\tau_1 + \tau_2 = 39{,}7\ s}$$

---

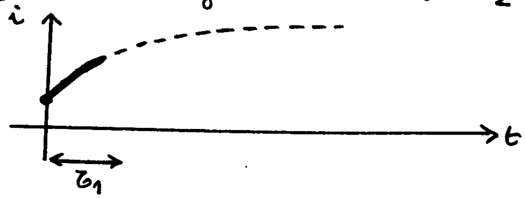
14) Le comportement des diodes est assez évident ici :

- <u>phase 1</u> pendant τ_1 (interrupteur fermé)

D1 est passante
D2 est bloquée

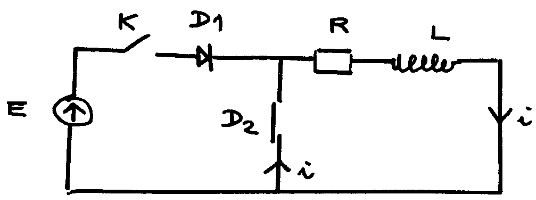


i augmente exponentiellement
La bobine emmagasine l'énergie $\frac{1}{2}Li^2$



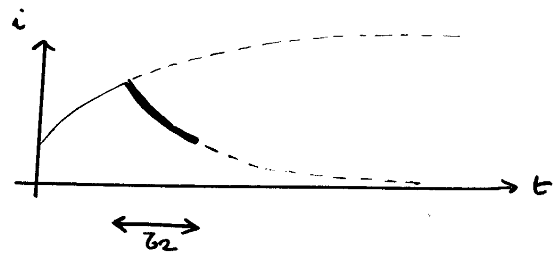
Vérification :
pour D1 : $i > 0$
pour D2 : $U_{D2} = -E < 0$

- <u>phase 2</u> pendant τ_2 (interrupteur ouvert)



D_1 n'intervient pas (circuit ouvert car K ouvert)
D_2 est passante.

La bobine ("inertie" électrique) rend de l'énergie magnétique accumulée et prolonge le courant qui ne peut s'arrêter d'un seul coup.
i diminue exponentiellement.
($\frac{1}{2}Li^2$ diminue car effet Joule dans R)



vérification
pour D2 : $i > 0$

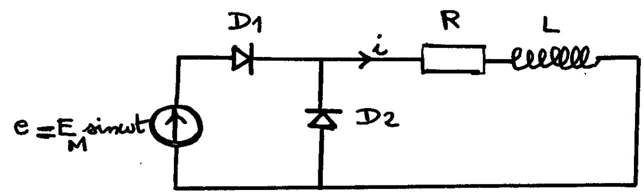
---

15) → Si on déconnecte la diode de roue libre D2, le courant va se prolonger par "l'interrupteur" K. Il faut en effet que l'énergie accumulée dans la bobine $\frac{1}{2}Li^2$ s'annule rapidement.
Il apparait des "étincelles de rupture" aux bornes de l'interrupteur qu'on est en train d'ouvrir.
Ce phénomène parasite est dangereux, d'où l'intérêt de D2.

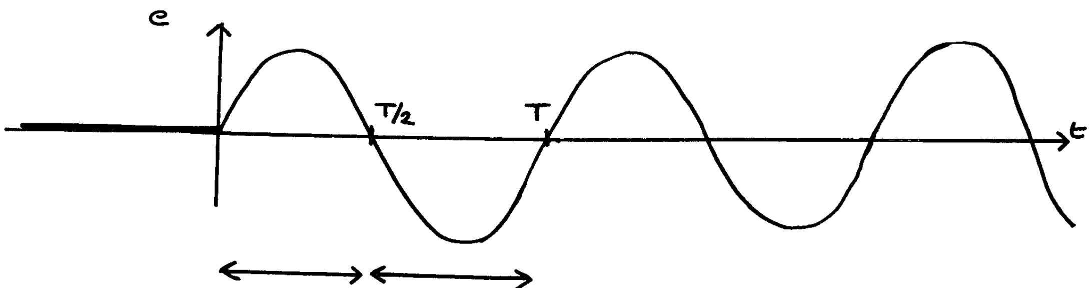
→ Si on supprime le dispositif de roue libre sur une bicyclette et que le cycliste arrête de pédaler (bloquant donc le pédalier et les roues...) ω et v ne peuvent s'annuler sans problème. L'énergie cinétique acquise ($\frac{1}{2}Mv^2 + J\omega^2$) permettra éventuellement d'éjecter le cycliste ...etc.

---

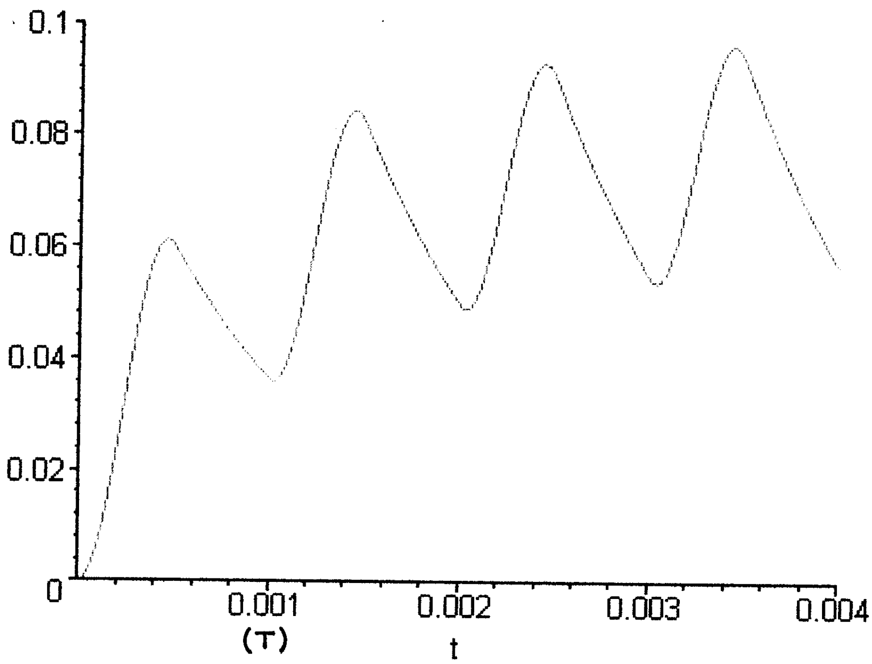
exercice supplémentaire



16)



e>0	e<0
D1 passante	D1 bloquée
D2 bloquée	D2 passante



regime transitoire

17) phase 1 pour $0 < t < \frac{T}{2}$

$$E_M \sin\omega t = R\,i + L\frac{di}{dt}$$

donc (avec $\tau = \frac{L}{R}$ et $\varphi = \arg(R + jL\omega)$)

$$i_1 = A\,e^{-t/\tau} + \frac{E_M}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}} \sin(\omega t - \varphi)$$

$$= A\,e^{-t/\tau} + \frac{E_M}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}} (\sin\omega t \underbrace{\cos\varphi}_{\frac{R}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}} - \cos\omega t \underbrace{\sin\varphi}_{\frac{L\omega}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}})$$

C.I. en $t=0$

$$i_0 = A + \frac{E_M}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}} (0 - \sin\varphi)$$

finalement

$$\boxed{\underset{(t)}{i_1} = i_0\,e^{-t/\tau} + \frac{E_M}{R}\frac{1}{1+\tau^2\omega^2}\sin\omega t + \frac{E_M}{R}\frac{\omega\tau}{1+\tau^2\omega^2}\left(e^{-t/\tau} - \cos\omega t\right)}$$

phase 2 pour $\frac{T}{2} < t < T$

$$0 = R\,i + L\frac{di}{dt}$$

donc

$$i_2 = A\,e^{-t/\tau}$$

C.I. en $t = T/2$ il y a continuité de i dans la bobine

$$i_2(t=T/2) = i_1(t=T/2)$$

$$A\,e^{-\frac{T/2}{\tau}} = i_1(t=T/2)$$

finalement

$$\boxed{\underset{(t)}{i_2} = i_1(t=T/2)\;e^{-(t-T/2)/\tau}}$$

18) Si l'on se trouve en régime périodique établi, on a

$$i_1(t=0) = i_2(t=T)$$

$$i_0 = i_1(t=T/2)\, e^{-T/2\tau}$$

$$\downarrow$$

$$\left(i_0\, e^{-T/2\tau} + \frac{E_M}{R}\,\frac{\omega\tau}{1+\tau^2\omega^2}\left(e^{-T/2\tau}+1\right)\right) e^{-T/2\tau}$$

$$\boxed{i_0 = \frac{E_M}{R}\,\frac{\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2}\,\frac{e^{-T/\tau}+e^{-T/2\tau}}{1-e^{-T/\tau}}}$$

$$\text{A.N.} = \frac{24}{100}\,\frac{2\pi}{1+4\pi^2}\,\frac{e^{-1}+e^{-0,5}}{1-e^{-1}}$$

$$\boxed{i_0 = 0{,}057\ \text{A}}$$