DNS

Sujet

Optique géométrique de base

I. Miroirs sphériques

Les miroirs sphériques étudiés seront utilisés dans l'approximation de Gauss. On définira le rayon de courbure d'un miroir (M) par $R=\overline{SC}$.

A. Position de l'image $A'B'$ et grandissement transversal

1. Construire l'image $A'B'$ pour le miroir (M_1) , de centre C_1 et de sommet S_1 (Figure 1).

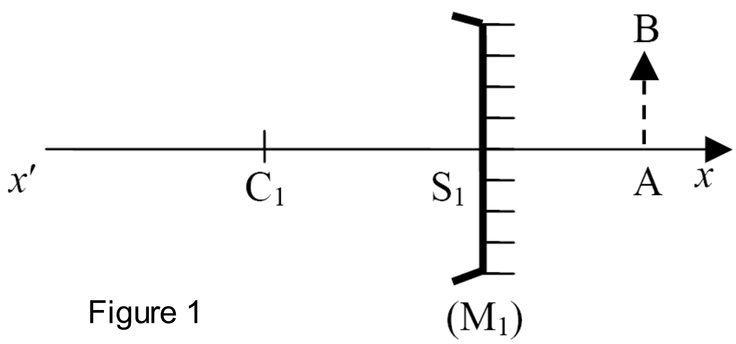


Figure 1

2. Construire l'image $A'B'$ pour le miroir (M_2) , de centre C_2 et de sommet S_2 (Figure 2).

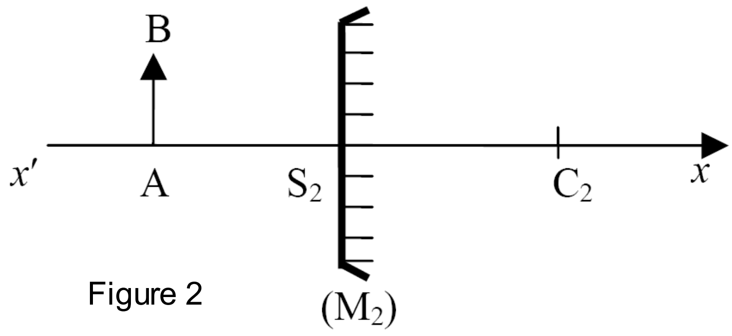


Figure 2

3. Le miroir (M_3) est concave, de rayon de courbure R_3 tel que $|R_3|=20\,cm$. L'objet AB est situé au milieu de F_3S_3 (F_3 : Foyer objet ; S_3 : Sommet). Calculer $\overline{S_3A'}$ et en déduire le grandissement transversal. Retrouver qualitativement les résultats par construction de l'image.
4. Le miroir (M_4) est convexe, de rayon de courbure R_4 tel que $|R_4|=40\,cm$. L'objet AB est situé après S_4 tel que $\overline{S_4A}=50\,cm$. Calculer $\overline{C_4A'}$ et en déduire le grandissement transversal. Retrouver qualitativement les résultats par construction de l'image.

B. Le télescope de Cassegrain

Données numériques :

- Diamètre de la Lune : $D_L=3\,456\,km$
- Distance Terre – Lune : $D_{TL}=384\,000\,km$

L'axe optique d'un miroir sphérique concave $(\mathcal{M})$, de sommet S , de centre C et de rayon $R=\overline{SC}$ est dirigé vers le centre de la Lune.

5. Déterminer la position de l'image $A'B'$ de la Lune après réflexion sur $(\mathcal{M})$. Illustrer par une construction de l'image.
6. Calculer le diamètre apparent ε du disque lunaire.
7. En déduire la dimension de l'image $A'B'$ pour $|R|=60\,cm$.

On réalise l'objectif d'un télescope de type Cassegrain en associant deux miroirs sphériques (Figure 3) : un miroir sphérique concave $(\mathcal{M}_1)$, appelé miroir primaire, de sommet S_1 , de centre C_1 , de foyer F_1 et de rayon $R_1=\overline{S_1C_1}$ et un miroir sphérique convexe $(\mathcal{M}_2)$, appelé miroir secondaire, de sommet S_2 , de centre C_2 , de foyer F_2 et de rayon $R_2=\overline{S_2C_2}$. Le miroir $(\mathcal{M}_1)$ comprend une petite ouverture centrée en S_1 pour permettre le passage de la lumière après réflexion sur $(\mathcal{M}_1)$ puis sur $(\mathcal{M}_2)$. Le miroir $(\mathcal{M}_2)$ est de petite dimension, afin de ne pas obstruer le passage de la lumière tombant sur le miroir primaire.

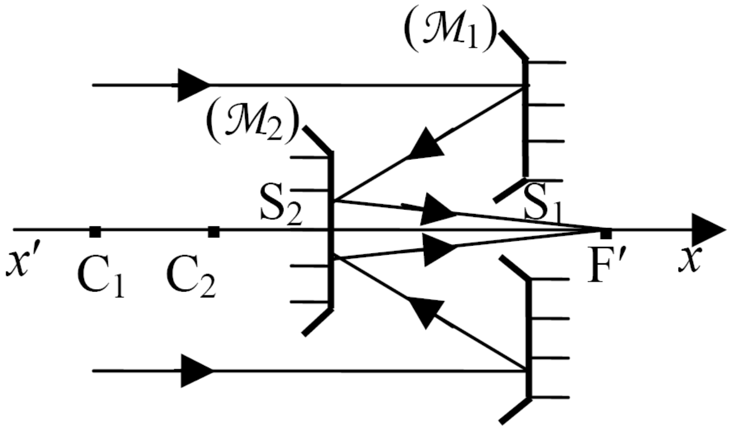


Figure 3

8. Où doit se situer l'image $A'B'$ de la Lune après réflexion sur $(\mathcal{M}_1)$, afin que le miroir sphérique convexe $(\mathcal{M}_2)$, caractérisé par S_2 , C_2 et F_2 , en donne une image réelle $A''B''$?

9. Déterminer la position du foyer image F' , de l'association des miroirs $(\mathcal{M}_1)$ et $(\mathcal{M}_2)$, en exprimant $\overline{S_2F'}$ en fonction de R_1 , R_2 et $d=\overline{S_2S_1}$.

10. Exprimer le grandissement transversal γ_2 de l'objet $A'B'$ à travers le miroir $(\mathcal{M}_2)$ en fonction de R_1 , R_2 et $d=\overline{S_2S_1}$.

11. Calculer $\overline{S_2F'}$, γ_2 et la dimension finale de l'image $A''B''$ pour : $|R_1|=60\,cm$; $|R_2|=40\,cm$ et $|d|=18\,cm$.

12. Quelle serait la distance focale image f_L d'une unique lentille mince qui donnerait de la Lune la même image $A''B''$? Commenter.

II. Lentilles minces

Les lentilles minces étudiées seront utilisées dans l'approximation de Gauss.

A. Position de l'image $A'B'$ et grandissement transversal

13. Construire l'image $A'B'$ pour la lentille (L_1) , de centre optique O_1 , de foyers objet F_1 et image F'_1 (Figure 4).

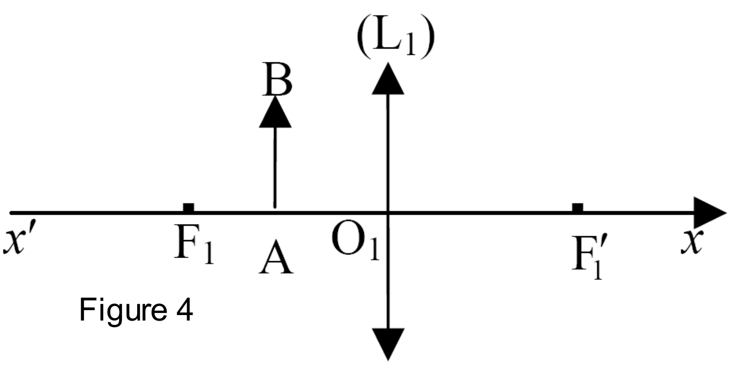


Figure 4

14. Construire l'image $A'B'$ pour la lentille (L_2) , de centre optique O_2 , de foyers objet F_2

et image F'_2 (Figure 5).

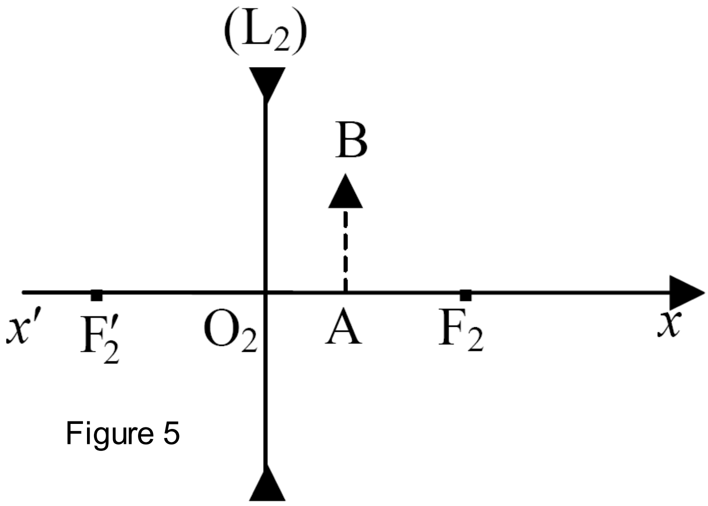


Figure 5

15.La lentille (L_3) est convergente, de distance focale image $|f'_3|=30\,cm$. L'objet AB est dans une position telle que $\overline{O_3A}=15\,cm$. Calculer $\overline{F'_3A'}$ et en déduire le grandissement transversal. Retrouver qualitativement les résultats par construction.

16.La lentille (L_4) est divergente, de distance focale image $|f'_4|=30\,cm$. L'objet AB est dans une position telle que $\overline{AF'_4}=20\,cm$. Calculer $\overline{O_4A'}$ et en déduire le grandissement transversal. Retrouver qualitativement les résultats par construction.

B. La lunette de Galilée

Données numériques :

- Distance Terre – Lune : $D_{TL}=384\,000\,km$

Une lunette de Galilée comprend : un objectif assimilable à une lentille mince $(\mathcal{L}_1)$, de centre O_1 et de vergence $V_1=5\,dioptries$ et un oculaire assimilable à une lentille mince $(\mathcal{L}_2)$, de centre O_2 et de vergence $V_2=-20\,dioptries$.

17.Déterminer la nature et les valeurs des distances focales images f'_1 et f'_2 des lentilles.

La lunette est du type « afocal » :

18.Préciser la position relative des deux lentilles, la valeur de la distance $d=O_1O_2$ et l'intérêt d'une lunette afocale.

19.Dessiner, dans les conditions de Gauss, la marche d'un faisceau lumineux incident, issu d'un point objet à l'infini, faisant un angle θ avec l'axe optique et émergeant sous l'angle θ' .

20.En déduire le grossissement (ou grandissement angulaire) de cette lunette en fonction des angles θ et θ' , puis des distances focales f'_1 et f'_2 . Valeur du grossissement ?

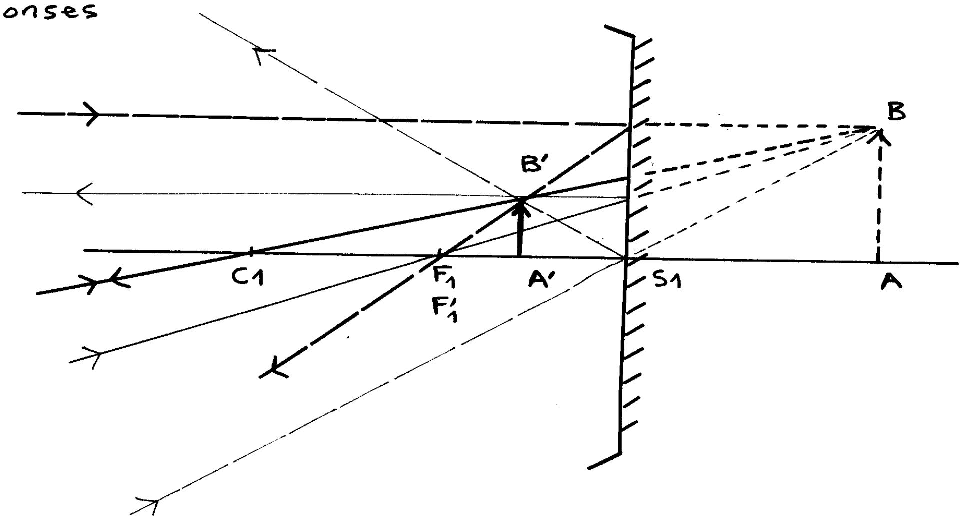
Un astronome amateur utilise cette lunette, normalement adaptée à la vision d'objets terrestres, pour observer deux cratères lunaires : Copernic ($diamètre=96\,km$) et Clavius($diamètre=240\,km$).

21.L'astronome voit-il ces deux cratères lunaires :

- à l'oeil nu ? (Acuité visuelle : $3 \times 10^{-4} \, rad$)
- à l'aide de cette lunette ? Justifier vos réponses.

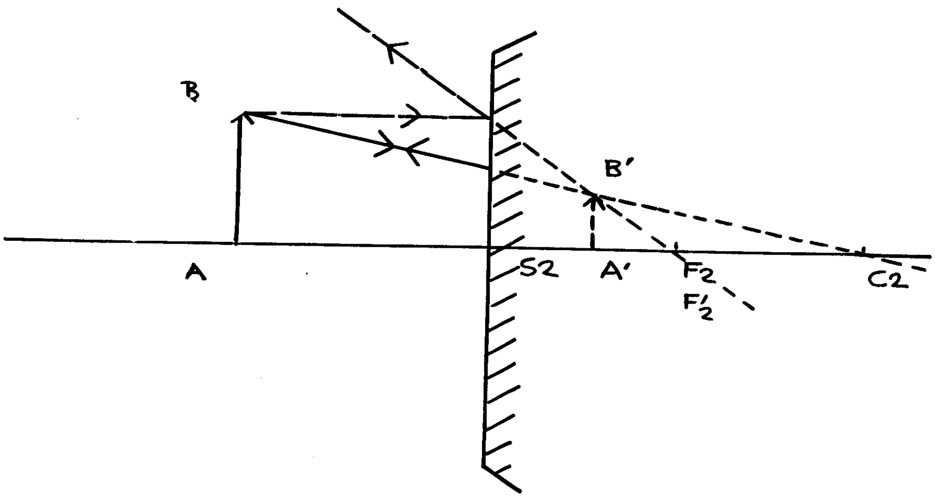
Réponses

1)



(construction avec les 4 rayons)

2)



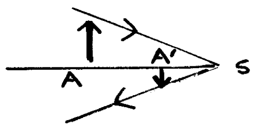
3) On cherche $\overline{SA'}$. on utilise les formules avec origine en S

- $\dfrac{1}{\overline{SA}} + \dfrac{1}{\overline{SA'}} = \dfrac{2}{\overline{SC}}$ avec $\overline{SC} = R$, $\overline{SA} = \dfrac{\overline{SF}}{2} = \dfrac{R}{4}$

$$\overline{SA'} = \frac{\overline{SC}\ \overline{SA}}{2\,\overline{SA} - \overline{SC}}$$

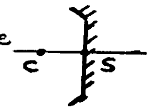
$$= \frac{R\ \frac{R}{4}}{\frac{R}{2} - R}$$

$$\boxed{\overline{SA'} = -\frac{R}{2}}$$

• 

$$\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = -\frac{-R/2}{R/4}$$

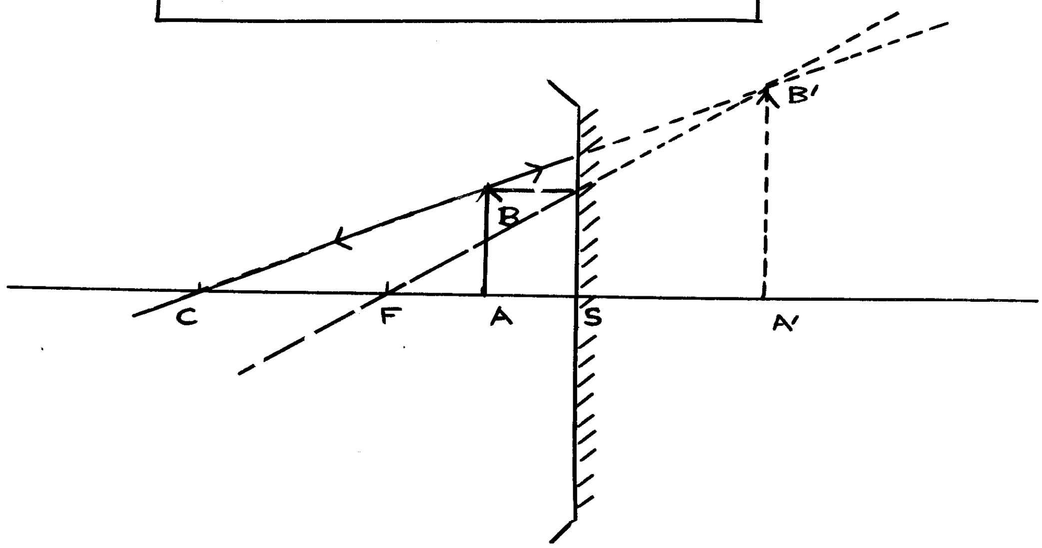
$$\boxed{\gamma = 2}$$

A.N. miroir concave 

donc $\overline{SC} < 0$

$R = -20\ \text{cm}$

$$\boxed{\begin{array}{l} \overline{SA'} = 10\ \text{cm} \\ \gamma = 2 \end{array}}$$



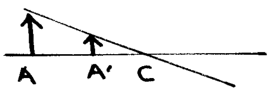
4) On cherche $\overline{CA'}$. On utilise les formules avec origine au centre.

• $\dfrac{1}{\overline{CA}} + \dfrac{1}{\overline{CA'}} = \dfrac{2}{\overline{CS}}$ avec $\overline{CS} = -R$

$\overline{CA} = \overline{SA} - \overline{SC}$
$= \overline{SA} - R$

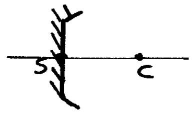
$$\overline{CA'} = \frac{\overline{CS}\ \overline{CA}}{2\,\overline{CA} - \overline{CS}} = \frac{-R\ (\overline{SA} - R)}{2(\overline{SA} - R) + R}$$

$$\boxed{\overline{CA'} = -R\ \frac{(\overline{SA} - R)}{(2\,\overline{SA} - R)}}$$

• 

$$\gamma = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

$$\boxed{\gamma = -\frac{R}{(2\overline{SA}-R)}}$$

A.N. miroir convexe 

donc $\overline{SC} > 0$

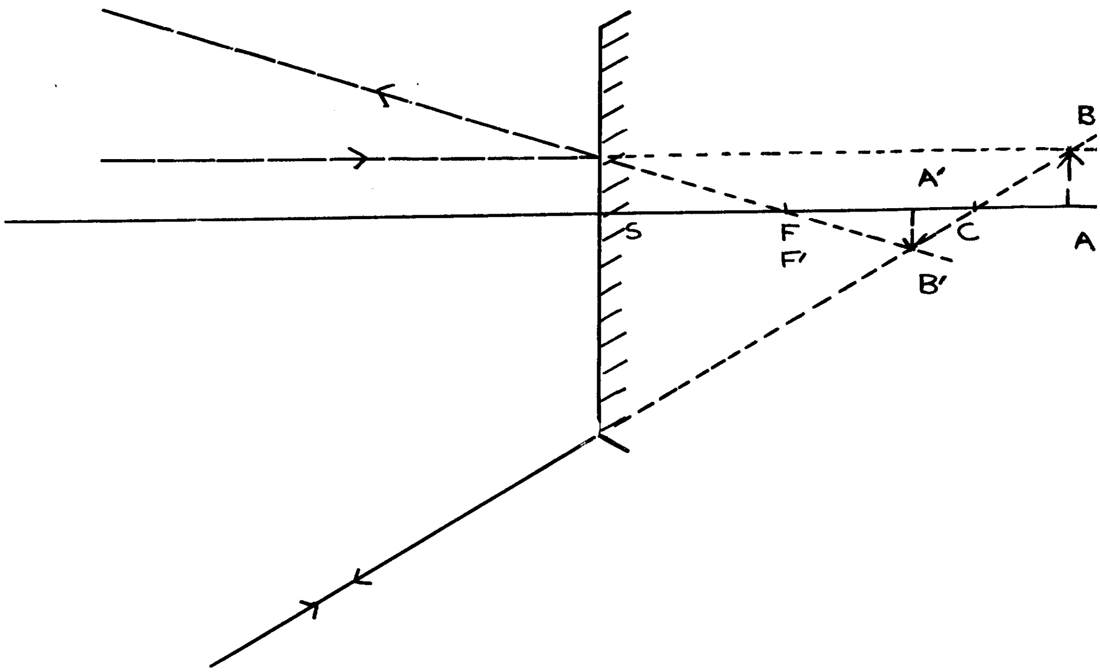
$$R = +40 \text{ cm}$$

$$\overline{CA'} = -\frac{40\,(50-40)}{(2\times 50-40)}$$

$$\boxed{\overline{CA'} = -6{,}67 \text{ cm}}$$

$$\gamma = -\frac{40}{(2\times 50-40)}$$

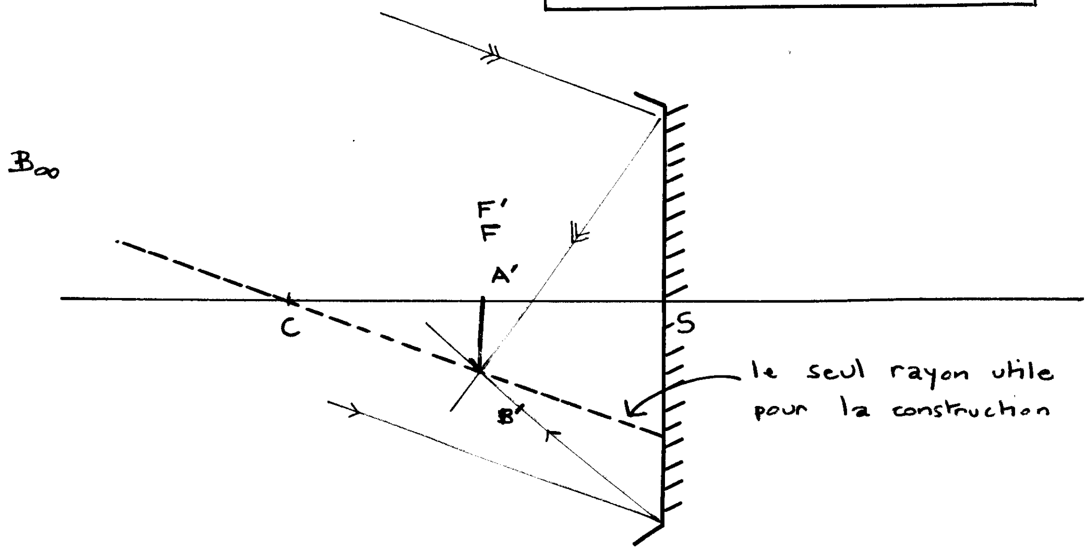
$$\boxed{\gamma = -0{,}667}$$



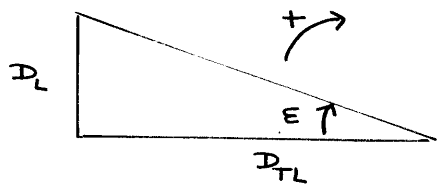
5) $D_{TL} \gg |R|$

donc l'objet (la lune) est considérée comme étant à l'infini.

L'image se trouve donc $\boxed{\text{dans le plan focal image}}$



6)



$$\boxed{\varepsilon = \frac{D_L}{D_{TL}}}$$

A.N. $= \dfrac{3456\ \text{km}}{384000\ \text{km}}$

$$\boxed{\varepsilon = 9{,}00\ 10^{-3}\ \text{rad}}$$

7) Avec f' distance focale image définie par

$\overline{SF'} = f' = \dfrac{R}{2}$ (ici $f'<0$)

on aura

$$\boxed{\overline{A'B'} = f'\,\varepsilon}$$ (ici $\overline{A'B'}<0$)

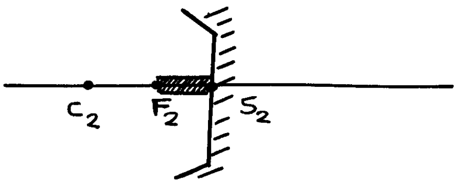
A.N. $\overline{A'B'} = \frac{R}{2}\,\varepsilon$

$= \frac{-60}{2}\; 9\; 10^{-3}$

$$\boxed{\overline{A'B'} = -0{,}27\,\text{cm}}$$

---

8)



Pour M2, $\overline{A'B'}$ joue le rôle d'objet.

L'image $\overline{A''B''}$ est réelle si elle se trouve entre S_2 et l'infini

A'' est en S_2 si A' est en S_2
A'' est à l'infini si A' est en F_2

Donc :

$$\boxed{\text{A' doit être entre } F_2 \text{ et } S_2}$$

---

9) objet A à l'infini $\xrightarrow{(M1)}$ image en F_1'

objet en F_1' $\xrightarrow{(M2)}$ image en F'

On écrit la relation de conjugaison pour M2 avec origine en S2 (avec $\overline{S_2F_1'} = \overline{S_2S_1} + \overline{S_1F_1'} = d + \frac{R_1}{2}$)

$$\frac{1}{\overline{S_2F_1'}} + \frac{1}{\overline{S_2F'}} = \frac{2}{\overline{S_2C_2}}$$

$$\frac{1}{d + \frac{R_1}{2}} + \frac{1}{\overline{S_2F'}} = \frac{2}{R_2}$$

$$\boxed{\overline{S_2F'} = \frac{R_2\,(2d + R_1)}{2(2d + R_1 - R_2)}}$$

---

10)
$$\gamma_2 = -\frac{\overline{S_2F'}}{\overline{S_2F'_1}}$$

$$\boxed{\gamma_2 = -\frac{R_2}{2d+R_1-R_2}}$$

---

11) A.N. avec

$$R_1 = \overline{S_1C_1} = -60\ \text{cm}$$
$$R_2 = \overline{S_2C_2} = -40\ \text{cm}$$
$$d = \overline{S_2S_1} = +18\ \text{cm}$$

$$\overline{S_2F'} = \frac{-40\ (2\times18-60)}{2\ (2\times18-60+40)}$$

$$\boxed{\overline{S_2F'} = 30\ \text{cm}}$$

$$\gamma_2 = -\frac{-40}{(2\times18-60+40)}$$

$$\boxed{\gamma_2 = 2{,}50}$$

$$\overline{A''B''} = \gamma_2\ \overline{A'B'}$$

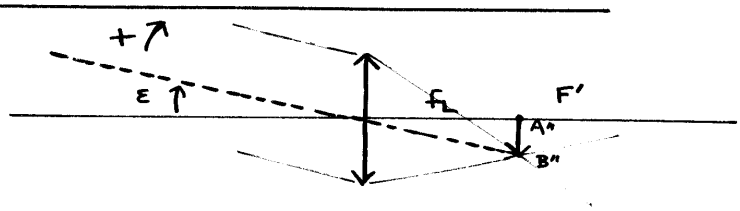
$$\boxed{\overline{A''B''} = \gamma_2\ f'_1\ \varepsilon}$$

$$= 2{,}5\ \frac{-60}{2}\ 9.10^{-3}$$

$$\boxed{\overline{A''B''} = -0{,}675\ \text{cm}}$$

---

12)



Pour la lentille équivalente :

$$\overline{A''B''} = -f_L\ \varepsilon \qquad (\text{cf } \varepsilon>0 \text{ et } f_L>0,\ \overline{A''B''}<0)$$

donc : $f_L = -\gamma_2\ f'_1$

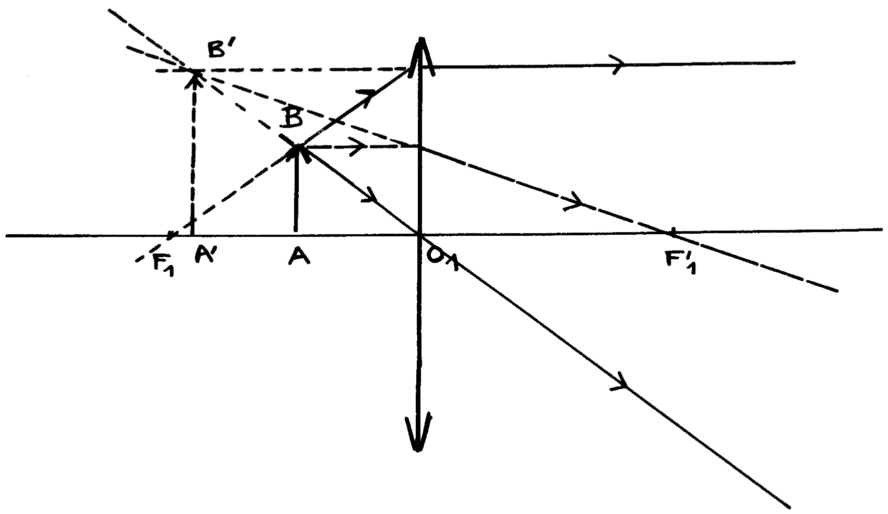
$$\boxed{f_L = -\gamma_2\ \frac{R_1}{2}}$$

$$\boxed{f_L = 75\ \text{cm}}$$

- ceci est nettement supérieur à l'encombrement du télescope précédent (75 cm > $\overline{S_2F'} = 30$ cm)
- la lentille est moins pratique (cf problèmes d'aberrations chromatiques qui n'existent pas dans le cas des miroirs)

---

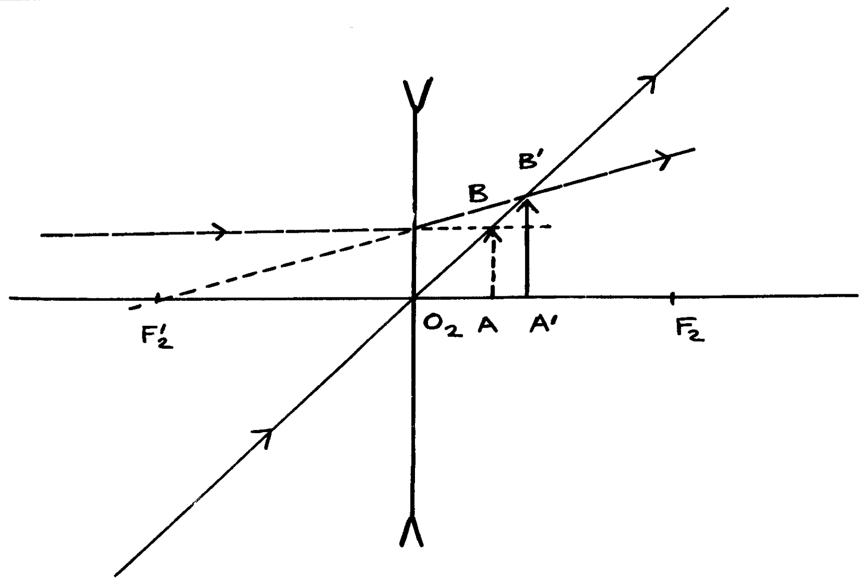
13)



(construction avec les 3 rayons)

---

14)



---

15) On veut calculer $\overline{F'A'}$. On utilise les formules de Newton :

$$\gamma = -\frac{f}{\sigma} = -\frac{\sigma'}{f'}$$

d'où

$$\sigma\sigma' = -f'^2$$

$$\overline{FA}\ \overline{F'A'} = -f'^2$$

$$\overline{F'A'} = -\frac{f'^2}{\overline{FA}}$$

$$= -\frac{f'^2}{\overline{OA}-\overline{OF}}$$

$$\boxed{\overline{F'A'} = -\frac{f'^2}{\overline{OA}+f'}}$$

$$\gamma = -\frac{\sigma'}{f'}$$

$$\boxed{\gamma = \frac{f'}{\overline{OA}+f'}}$$

A.N.

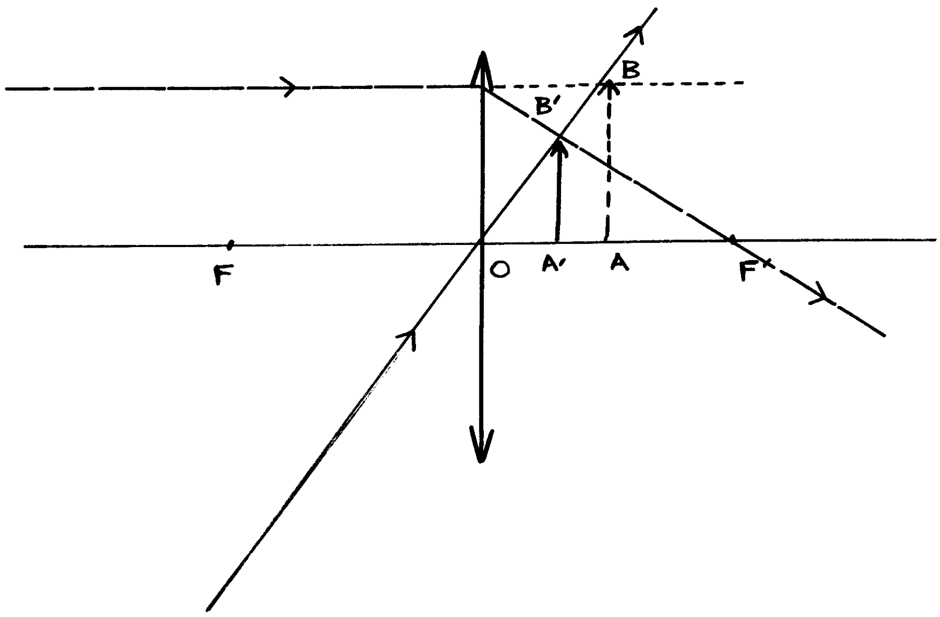
$$f' = +30 \text{ cm}$$

$$\overline{F'A'} = \frac{-(30)^2}{15+30}$$

$$\boxed{F'A' = -20 \text{ cm}}$$

$$\gamma = \frac{30}{15+30}$$

$$\boxed{\gamma = 0{,}67}$$



16) On veut calculer $\overline{OA'}$. On utilise les formules de Descartes (avec
$$p = \overline{OA} = \overline{F'A} - \overline{F'O} = -\overline{AF'} + f' \quad)$$

$$-\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'}$$

$$p' = \frac{f'p}{f'+p}$$

$$\boxed{\overline{OA'} = \frac{f'(f'-\overline{AF'})}{2f'-\overline{AF'}}}$$

et
$$\gamma = \frac{p'}{p}$$

$$\boxed{\gamma = \frac{f'}{2f'-\overline{AF'}}}$$

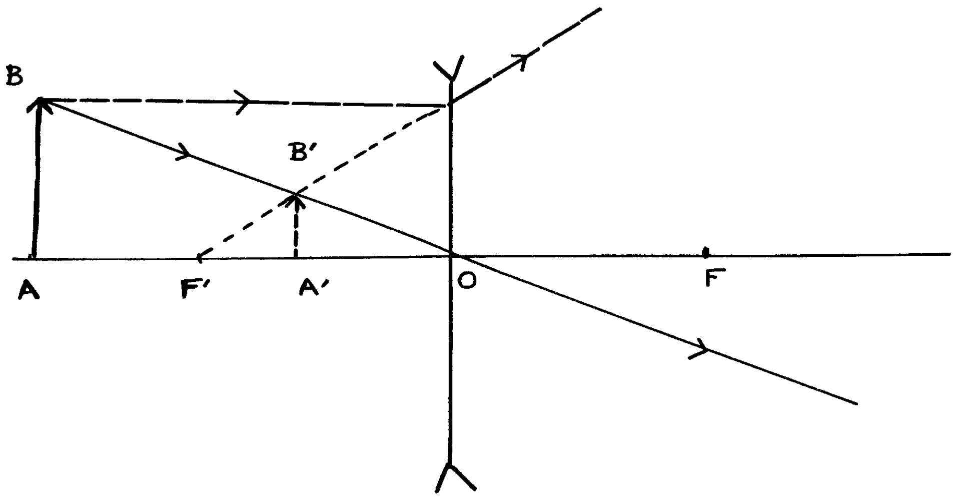
A.N.
$$f' = -30 \text{ cm}$$

$$\overline{OA'} = \frac{-30(-30-20)}{2\times-30-20}$$

$$\boxed{\overline{OA'} = -18{,}75 \text{ cm}}$$

$$\gamma = \frac{-30}{2\times-30-20}$$

$$\boxed{\gamma = 0{,}375}$$



17)
$$f'_1 = \frac{1}{V_1}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} f'_1 = 20 \text{ cm} \\ \text{convergente} \end{array}}$$

$$f'_2 = \frac{1}{V_2}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} f'_2 = -5 \text{cm} \\ \text{divergente} \end{array}}$$

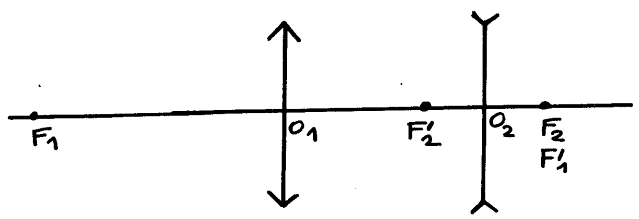
---

18) La lunette est afocale donc un objet à l'infini possède une image à l'infini.

objet à l'infini $\xrightarrow{L1}$ image dans le plan F'_1

objet dans le plan F_2 $\xrightarrow{L2}$ image à l'infini

donc: $\boxed{F'_1 \text{ et } F_2 \text{ sont confondus}}$



et
$$\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1F_2} + \underbrace{\overline{F_2O_2}}_{\text{ou } \overline{O_2F'_2}}$$
$$= f'_1 + 0 + f'_2$$

$$\boxed{\overline{O_1O_2} = f'_1 + f'_2}$$

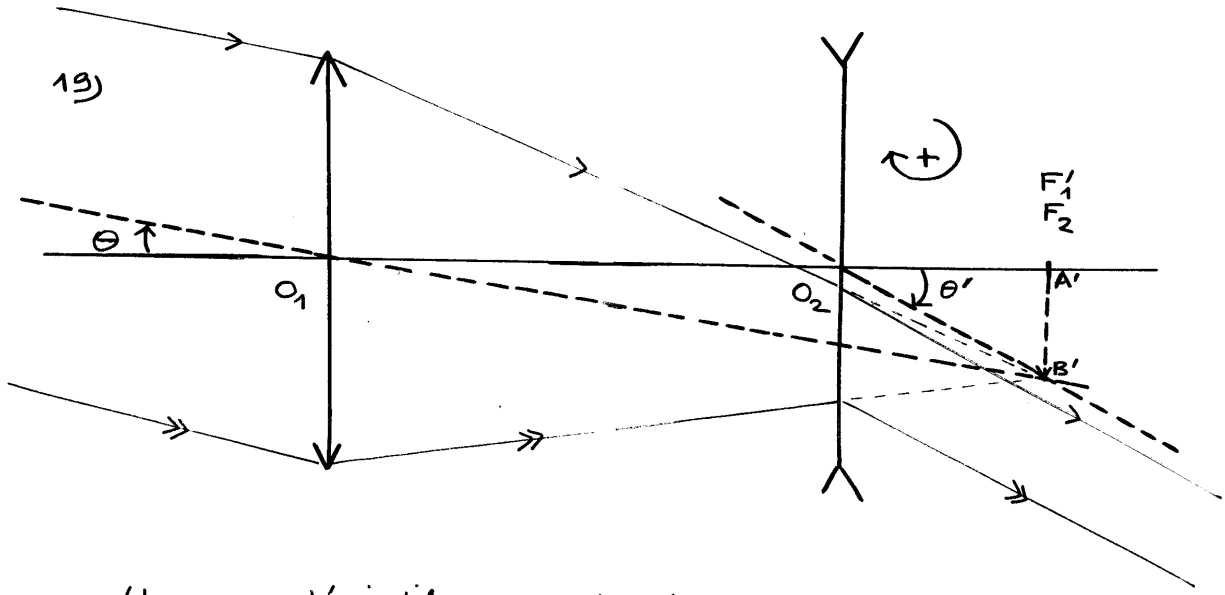
A.N. $= 20 - 5$

$$\boxed{\overline{O_1O_2} = 15 \text{ cm}}$$

L'image étant (comme l'objet de départ) à l'infini, l'oeil reste au repos et n'a pas à accommoder.
(confort visuel)

---

19)



(beaucoup d'inutile sur ce tracé.
Il suffit de représenter O_1B', O_2B' et $A'B'$)

θ et θ' sont ici positifs (voir convention utilisée)

---

20)

$$\theta = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{O_1F'_1}} = -\frac{\overline{A'B'}}{f'_1}$$

$$\theta' = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{O_2F_2}} = -\frac{\overline{A'B'}}{f_2} = \frac{\overline{A'B'}}{f'_2}$$

d'où $$G = \frac{\theta'}{\theta}$$

$$\boxed{G = -\frac{f'_1}{f'_2}}$$

A.N. $$= -\frac{20}{-5}$$

$$\boxed{G = +4}$$

(positif : remarquer que le faisceau incident et le faisceau sortant sont inclinés tous deux -ici- vers le bas)

---

21)

	oeil nu	à travers lunette
Copernic	$\theta = \frac{96}{384000} = 2{,}5\ 10^{-4}$ (pas vu)	$\theta' = 4\theta$ (vu)
Clavius	$\theta = \frac{240}{384000} = 6{,}3\ 10^{-4}$ (vu)	....