DNS

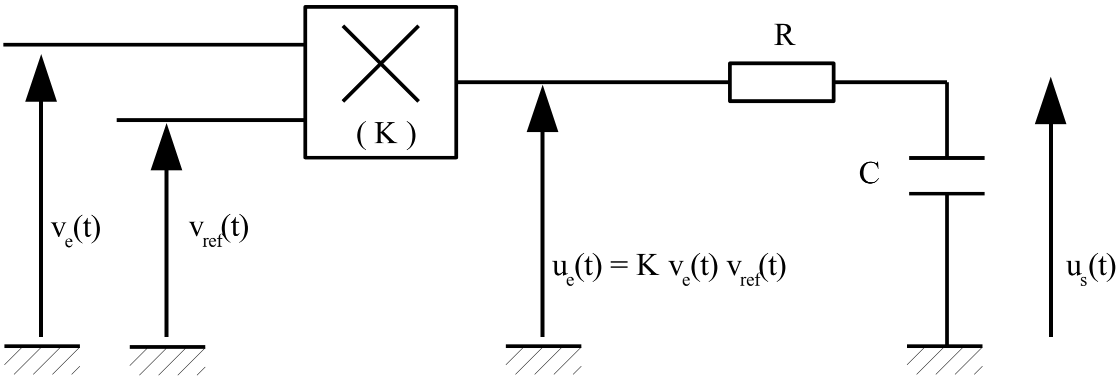
Sujet

Électronique

A. Principe de la détection synchrone

On s'intéresse à un système de détection. Il est composé d'un capteur qui délivre une tension électrique proportionnelle à l'intensité du signal étudié et d'un système dit de détection synchrone qui permet d'extraire des signaux électriques faibles qui sont noyés dans le bruit de la mesure.

On s'intéresse ici au principe de la détection synchrone. Le montage électrique est donné sur la figure . La tension d'entrée $v_e(t)$ délivrée par le capteur est multipliée par un signal de référence $v_{ref}(t)$ et est ensuite filtrée.



1) Étude du filtre RC

On étudie tout d'abord le filtre RC . On se place en régime sinusoïdal.

1. À partir d'un raisonnement qualitatif prévoir la nature du filtre étudié.

2. Retrouver la fonction de transfert en notation complexe $\underline{H}=\frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}}$. Mettre le résultat sous la forme canonique faisant intervenir H_0 , f_0 et f .

3. Quelle est la fréquence f_c pour laquelle $|\underline{H}|=\frac{H_0}{\sqrt{2}}$.

4. On suppose $u_e=U_e\cos(2\pi f t)$. Exprimer directement u_s dans les trois cas particuliers $f\ll f_c$, $f=f_c$, $f\gg f_c$. Commenter.

5. On suppose $u_e=U_e\cos(2\pi f t)$. Exprimer u_s sans faire aucune approximation.

2) Étude du multiplieur

Le signal d'entrée $v_e(t)$ est la somme d'un signal sinusoïdal de fréquence f_e et d'un terme de bruit que l'on notera $b(t)$ et que l'on supposera sinusoïdal de fréquence f_b , $b(t)=b_0\cos(2\pi f_b t)$, soit $v_e(t)=V_e\cos(2\pi f_e t)+b(t)$. En réalité, le spectre de la tension de bruit comporte une multitude de fréquences $f_b>f_e$ mais pour simplifier l'étude, on ne tient compte ici que d'une seule fréquence de bruit. Uniquement pour les applications numériques, on supposera que le signal parasite a une fréquence $f_b=600\,Hz$ et que la fréquence f_e du signal de référence est $f_e=500\,Hz$.

Le signal de référence a la même fréquence f_e et s'écrit: $v_{ref}(t)=V_{ref}\cos(2\pi f_e t)$. Il est synchrone avec le signal à mesurer.

6. La constante K du multiplieur vaut $1/10$. Indiquer son unité.

7. Montrer que le signal u_e à la sortie du multiplieur s'écrit sous la forme d'une somme de quatre signaux dont on exprimera amplitude et fréquence. On écrira dans l'ordre croissant des fréquences $u_e=e_1+e_2+e_3+e_4$.

8. Tracer le spectre en amplitude de u_e .

9. Quelles sont les amplitudes qui permettraient de mesurer V_e , en s'affranchissant du bruit, connaissant V_{ref} . . Quelles sont les fréquences des deux composantes sinusoïdales du signal parasite que l'on obtient à la sortie du multiplicateur ?

3) Conclusion

10. Le signal à l'entrée du filtre RC est u_e . Préciser l'expression de l'amplitude des sorties s_1 , s_2 , s_3 et s_4 associées respectivement à e_1 , e_2 , e_3 et e_4 .

11. Comment s'écrit alors la sortie $u_s(t)$ en tenant compte des déphasages?

Le signal parasite a une amplitude b_0 10 fois plus importante que l'amplitude V_e du signal que l'on cherche à mesurer.

12. Si on souhaite atténuer l'amplitude de la composante de $u_s(t)$ associée au bruit parasite de plus basse fréquence par un facteur 1000 grâce au filtre RC, quelle valeur numérique doit on choisir pour f_c ?

13. Quel est alors l'intérêt d'un tel filtre? Préciser le signal de sortie $u_s(t)$ et commenter éventuellement.

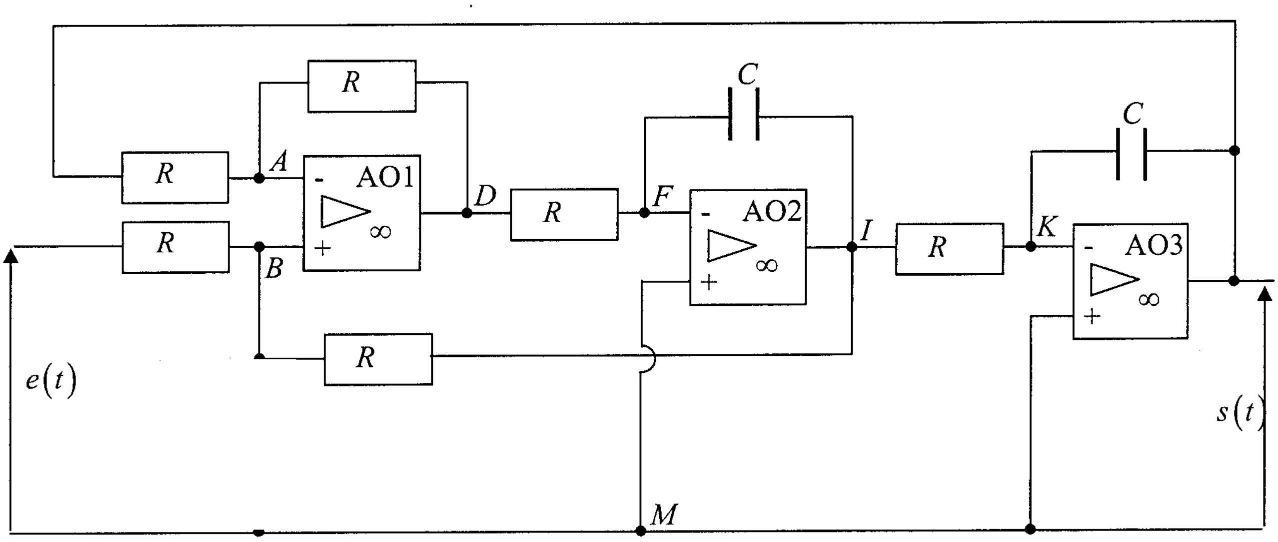
B. Un filtre universel à amplificateurs opérationnels

Le montage étudié comporte trois amplificateurs opérationnels idéaux. On note le tension d'entrée $e(t)$ et la tension de sortie $s(t)$. Les grandeurs sont sinusoïdales et on travaille en complexes. Le point M est la masse du montage (potentiel zéro par convention).

Ce montage se décompose de manière évidente en trois blocs ou opérateurs comportant chacun un AO. Certains de ces blocs sont connus.

14.Délimitez les trois blocs.

On désigne par $s_1(t)$ la tension de sortie du premier bloc (et tension d'entrée du deuxième). On désigne par $s_2(t)$ la tension de sortie du deuxième bloc (et tension d'entrée du troisième).



15.Écrire la fonction de transfert $\dfrac{\underline{s}(t)}{\underline{s_2}(t)}$ du $bloc\,3$

16.Écrire la fonction de transfert $\dfrac{\underline{s_2}(t)}{\underline{s_1}(t)}$ du $bloc\,2$

17.Quelle est la fonction de chacun des deux blocs précédents (exemple: amplificateur, inverseur, sommateur, soustracteur, intégrateur, dérivateur, comparateur, déphaseur...).

18.On étudie le $bloc\,1$. Exprimer $\underline{v}+$ et $\underline{v}-$ en fonction des autres potentiels ($\underline{e}(t)$, $\underline{s}(t)$, $\underline{s_1}(t)$, $\underline{s_2}(t)$). En déduire l'expression de $\underline{s_1}(t)$ en fonction des autres potentiels ($\underline{e}(t)$, $\underline{s}(t)$, $\underline{s_2}(t)$). Quelle est la fonction de ce bloc?

19.Déterminer la fonction de transfert du montage sous la forme canonique $\underline{H}=\dfrac{H_0}{1-\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2+j2m\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)}$ .Donner les expressions de H_0 , ω_0 , m .

20.Calculer les valeurs numériques de ces trois grandeurs pour les valeurs suivantes.

A.N.

$R = 1\text{k}\,\Omega$

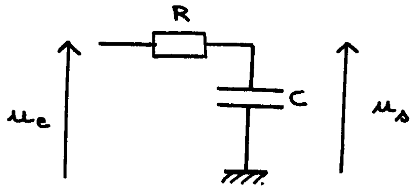
$C = 10\,nF$

21.On utilise le filtre au niveau de la sortie $s_2(t)$. De quel type de filtre s'agit-il? On utilise le filtre au niveau de la sortie $s_1(t)$. De quel type de filtre s'agit-il?

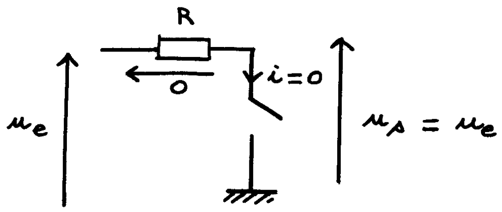
22.On peut modifier facilement le montage en ajoutant un quatrième amplificateur opérationnel et trois résistances. Quel type de filtre obtient-on en sortie de ce quatrième bloc qui justifie le titre donné à l'exercice.

Réponses

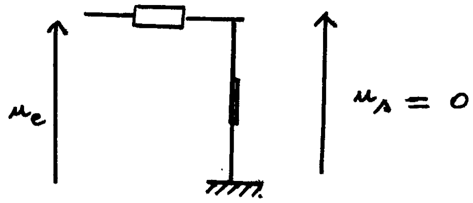
1)



→ à basse fréquence, $\frac{1}{jC\omega} \to \infty$ donc C se comporte comme un interrupteur ouvert.



→ à haute fréquence, $\frac{1}{jC\omega} \to 0$ donc C se comporte comme un interrupteur fermé.



$\boxed{\text{Le filtre est donc un filtre passe-bas.}}$

---

2)

$$\underline{H} = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}}$$

$$= \frac{\frac{1}{jC\omega}}{\frac{1}{jC\omega} + R} \quad \text{(cf : diviseur de tension)}$$

$$= \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

On pose $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{RC}}$ et $\omega = 2\pi f$

$\omega_0 = 2\pi f_0$

$$\boxed{\underline{H} = \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_0}}}$$

de la forme $\underline{H} = \dfrac{H_0}{1 + j\dfrac{f}{f_0}}$ avec $\boxed{H_0 = 1}$

---

3) Pour la fréquence de coupure $|\underline{H}| = \dfrac{H_0}{\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

donc $\boxed{f_{coupure} = f_0}$

---

4) Pour $f \ll f_0$

$$\underline{H} \simeq 1$$

$$\underline{u_s} \simeq \underline{u_e}$$

$$\boxed{u_s = U_e \cos(2\pi f t)}$$

Pour $f = f_0$

$$\underline{H} = \frac{1}{1+j}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}\exp(j\frac{\pi}{4})}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\exp(-j\frac{\pi}{4})$$

$$\underline{u_s} = \frac{1}{\sqrt{2}}\exp(-j\frac{\pi}{4})\ U_e \exp(j\,2\pi f t)$$

$$\boxed{u_s = \frac{U_e}{\sqrt{2}}\cos(2\pi f t - \frac{\pi}{4})}$$

Pour $f \gg f_0$

$$\underline{H} \simeq \frac{1}{j\frac{f}{f_0}}$$

$$\underline{u_s} \simeq \frac{f_0}{jf}\underline{u_e}$$

$$u_s = \frac{f_0}{f}U_e \cos(2\pi f t - \frac{\pi}{2})$$

$$\boxed{u_s = \frac{f_0}{f}U_e \sin 2\pi f t} \quad \left(\frac{f_0}{f} \ll 1\right)$$

---

5) Expression générale

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_0}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_0}\right)^2}\exp(j\arctan\frac{f}{f_0})}$$

$$\underline{u_s} = \underline{H}\ \underline{u_e}$$

$$\boxed{u_s = \frac{U_e}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_0}\right)^2}}\cos(2\pi f t - \arctan\frac{f}{f_0})}$$

---

6) Le multiplieur a pour tension de sortie

$$u_e = K\, v_e\, v_{ref}$$

donc la dimension de K est

$$[K] = [\text{tension}]^{-1}$$

$$\boxed{K \text{ en Volts}^{-1}}$$

---

7) $u_e = K\, v_e\, v_{ref}$

$$= K\,\big(V_e \cos(2\pi f_e t) + b_0 \cos(2\pi f_b t)\big)\, V_{ref} \cos(2\pi f_e t)$$

$$= K V_e V_{ref} \underbrace{\cos^2(2\pi f_e t)}_{\frac{1+\cos 2\pi(2f_e)t}{2}} + K b_0 V_{ref} \underbrace{\cos(2\pi f_b t)\cos(2\pi f_e t)}_{\frac{\cos 2\pi(f_b-f_e)t + \cos 2\pi(f_b+f_e)t}{2}}$$

$$\boxed{u_e = \frac{K V_e V_{ref}}{2} + \frac{K b_0 V_{ref}}{2}\cos 2\pi(f_b-f_e)t + \frac{K V_e V_{ref}}{2}\cos 2\pi(2f_e)t + \frac{K b_0 V_{ref}}{2}\cos 2\pi(f_b+f_e)t}$$

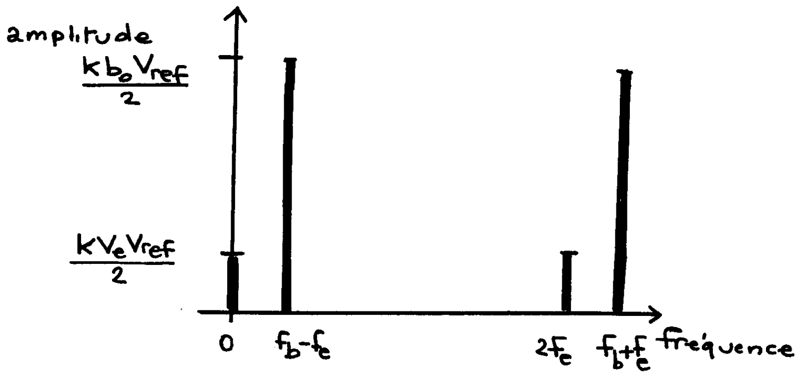
soit

$$u_e = e_1 + e_2 + e_3 + e_4$$

	fréquence	A.N. (voir valeurs dans texte)	amplitude	A.N. (voir valeurs dans texte)
e_1	0	0	$K V_e V_{ref}/2$	$0{,}05\ V_e V_{ref}$
e_2	$f_b - f_e$	100 Hz	$K b_0 V_{ref}/2$	$0{,}50\ V_e V_{ref}$
e_3	$2f_e$	1000 Hz	$K V_e V_{ref}/2$	$0{,}05\ V_e V_{ref}$
e_4	$f_b + f_e$	1100 Hz	$K b_0 V_{ref}/2$	$0{,}50\ V_e V_{ref}$

---

8) Tracé du spectre de fréquences (en amplitude)



9) – On peut mesurer V_e en mesurant l'amplitude du signal de fréquence nulle ou l'amplitude du signal de fréquence $2f_e$

– Les fréquences du signal parasite sont $|f_b - f_e|$ et $f_b + f_e$

10) Sortie du passe-bas :

	fréquence	amplitude
s_1	0	$\frac{K V_e V_{ref}}{2} \times 1$
s_2	$f_b - f_e$	$\frac{K b_o V_{ref}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f_b-f_e}{f_o}\right)^2}}$
s_3	$2f_e$	$\frac{K V_e V_{ref}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{1+4\left(\frac{f_e}{f_o}\right)^2}}$
s_4	$f_b + f_e$	$\frac{K b_o V_{ref}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f_b+f_e}{f_o}\right)^2}}$

11) Ecriture de $u_s(t)$

$$\boxed{\begin{aligned} u_s(t) = {} & \frac{K V_e V_{ref}}{2} + \frac{K b_o V_{ref}}{2} \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f_b-f_e}{f_o}\right)^2}} \cos\left(2\pi(f_b-f_e)t - \arctan\frac{f_b-f_e}{f_o}\right) \\ & + \frac{K V_e V_{ref}}{2} \frac{1}{\sqrt{1+4\left(\frac{f_e}{f_o}\right)^2}} \cos\left(2\pi(2f_e)t - \arctan\frac{2f_e}{f_o}\right) \\ & + \frac{K b_o V_{ref}}{2} \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f_b+f_e}{f_o}\right)^2}} \cos\left(2\pi(f_b+f_e)t - \arctan\frac{f_b+f_e}{f_o}\right) \end{aligned}}$$

12) Le signal de sortie $s_2(t)$ se trouve donc dans la zone atténuée du filtre.

$$s_2(t) = \frac{K b_o V_{ref}}{2} \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f_b-f_e}{f_o}\right)^2}} \cos\left(2\pi(f_b-f_e)t - \arctan\frac{f_b-f_e}{f_0}\right)$$

$$\simeq \frac{K b_o V_{ref}}{2} \underbrace{\frac{f_o}{f_b-f_e}}_{=\frac{1}{1000}} \sin\left(2\pi(f_b-f_e)t\right)$$

$$\boxed{f_c = f_o = \frac{1}{1000}(f_b-f_e)}$$

A.N. $= 0{,}1 \text{ Hz}$

13) Le signal de sortie, en ne tenant compte que de s_1 et s_2 (s_3 et s_4 sont encore plus affaiblis par le filtre que s_2)

$$u_s(t) = \frac{K V_e V_{ref}}{2} + \frac{K b_o V_{ref}}{2} \frac{1}{1000} \sin\left(2\pi(f_b-f_e)t\right)$$

$$\boxed{u_s(t) = \frac{K V_e V_{ref}}{2}\left(1 + \frac{1}{100}\sin(2\pi . 100 . t)\right)}$$

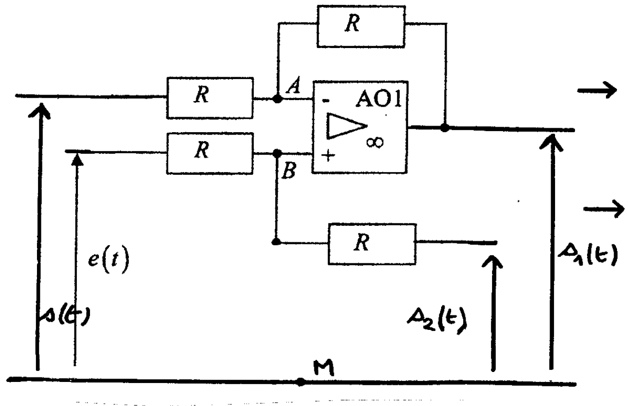
Finalement

$$\boxed{u_s(t) \simeq \frac{K V_e V_{ref}}{2}}$$

On peut mesurer V_e.

La difficulté non évoquée ici est de <u>fabriquer un signal de référence synchrone.</u>

14) Les trois parties du montage :



→ au noeud A :

$$\frac{s(t) - v^-}{R} + \frac{s_1(t) - v^-}{R} = 0$$

→ au noeud B :

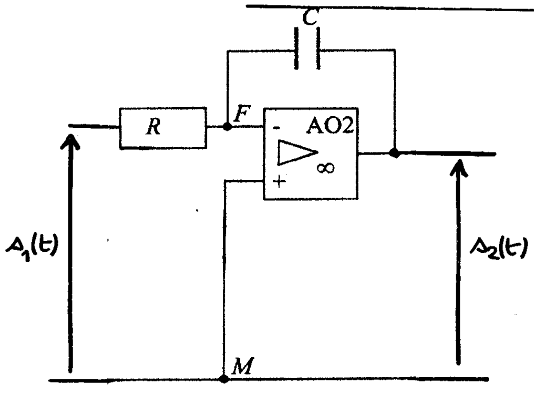
$$\frac{e(t) - v^+}{R} + \frac{s_2(t) - v^+}{R} = 0$$

d'où : $v^- = \dfrac{s(t) + s_1(t)}{2}$

$v^+ = \dfrac{e(t) + s_2(t)}{2}$

→ et $v^+ - v^- = \varepsilon = 0$

$$\boxed{s_1(t) = e(t) + s_2(t) - s(t)}$$



→ au noeud F :

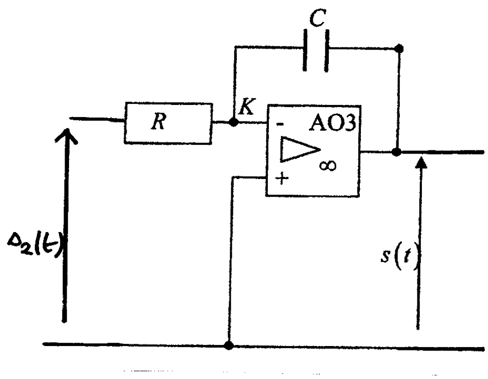
$$\frac{\underline{s_1}(t) - \underline{v}^-}{R} + \frac{\underline{s_2}(t) - \underline{v}^-}{\frac{1}{jC\omega}} = 0$$

→ $\underline{v}^+ = 0$

→ $\underline{v}^+ - \underline{v}^- = \varepsilon = 0$

donc $\underline{v}^- = 0$

$$\boxed{\underline{s_2}(t) = -\frac{1}{jRC\omega}\,\underline{s_1}(t)}$$



Idem que le montage précédent

$$\boxed{\underline{s}(t) = -\frac{1}{jRC\omega}\,\underline{s_2}(t)}$$

15) $$\boxed{\frac{\underline{s}(t)}{\underline{s_2}(t)} = -\frac{1}{jRC\omega}}$$

---

16) $$\boxed{\frac{\underline{s_2}(t)}{\underline{s_1}(t)} = -\frac{1}{jRC\omega}}$$

---

17) En posant $p = j\omega$

$$\frac{\underline{s}(t)}{\underline{s_2}(t)} = -\frac{1}{p\,RC}$$

$$\underline{s_2}(t) = -RC\;p\,\underline{s}(t)$$

d'où l'équation différentielle associée (avec $\tau = RC$)

$$\boxed{s_2(t) = -\tau\,\frac{ds(t)}{dt}}$$

L'entrée est la dérivée de la sortie

<u>La sortie est donc une primitive de l'entrée</u>.

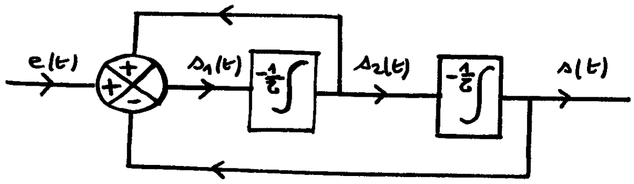
blocs intégrateur (inverseur)

---

18) $$\underline{s_1}(t) = \underline{e}(t) + \underline{s_2}(t) - \underline{s}(t)$$

bloc sommateur soustracteur

<u>remarque :</u> schéma bloc du montage



---

19) On remplace : $\underline{s_2}(t) = -jRC\omega\,\underline{s}(t)$

$\underline{s_1}(t) = -jRC\omega\,\underline{s_2}(t) = -R^2C^2\omega^2\,\underline{s}(t)$

$$\underline{s_1}(t) = \underline{e}(t) + \underline{s_2}(t) - \underline{s}(t)$$

$$-R^2C^2\omega^2\,\underline{s}(t) = \underline{e}(t) - jRC\omega\,\underline{s}(t) - \underline{s}(t)$$

$$\underline{H} = \frac{\underline{s}(t)}{\underline{e}(t)} = \frac{1}{1 - R^2C^2\omega^2 + jRC\omega}$$

$$= \frac{H_0}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j2m\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}$$

avec

$$\boxed{\begin{aligned} H_0 &= 1 \\ \omega_0 &= \frac{1}{RC} \\ 2m &= \frac{1}{Q} = 1 \end{aligned}}$$

---

20)

$$H_0 = 1$$

$$m = 0{,}5$$

$$\omega_0 = \frac{1}{10^3 \; 10 \; 10^{-9}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \omega_0 &= 0{,}1 \; 10^6 \text{ rad s}^{-1} \\ f_0 &= 15{,}9 \text{ kHz} \end{aligned}}$$

---

21) Au niveau de $\underline{s}(t)$

$$\underline{H} = \frac{\underline{s}(t)}{\underline{e}(t)} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}$$

si $\omega \to 0$ $\quad \underline{H} \simeq 1$

si $\omega \to \infty$ $\quad \underline{H} \simeq 0$

Filtre passe bas

Au niveau de $s_2(t)$

$$\underline{H}_2 = \frac{\underline{s}_2(t)}{\underline{e}(t)} = \frac{-j\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}$$

si $\omega \to 0$ $\quad \underline{H} \simeq 0$ $\qquad$ si $\omega = \omega_0$ $\quad \underline{H} = -1$

si $\omega \to \infty$ $\quad \underline{H} \simeq 0$

Filtre passe bande (inverseur)

Au niveau de $s_1(t)$

$$\underline{H}_1 = \frac{\underline{s}_1(t)}{\underline{e}(t)} = \frac{-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}$$

si $\omega \to 0$ $\quad \underline{H} \simeq 0$

si $\omega \to \infty$ $\quad \underline{H} \simeq 1$

Filtre passe haut

---

22) Pour obtenir toutes les possibilités, il faut ajouter

un filtre coupe-bande

ou

$\boxed{\text{réjecteur de bande.}}$